

Uwe W. Gehring · Cornelia Weins

GRUNDKURS STATISTIK FÜR POLITOLOGEN

2. Auflage, Wiesbaden: Westdeutscher Verlag 2000

Formeln

1 Mittelwerte

1. Modalwert x_{Mo}

x_{Mo} = häufigster Wert

2. Median \tilde{x}

bei *ungerader Anzahl* von Merkmalsträgern:

$$\tilde{x} = x_{\frac{n+1}{2}}$$

bei *gerader Anzahl* von Merkmalsträgern:

$$\tilde{x} = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

n = Anzahl der Merkmalsträger

3. Arithmetisches Mittel \bar{x}

bei *ungruppierten* Daten:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

i = Laufindex über die Merkmalsträger ($i = 1, \dots, n$)

x_i = Merkmalsausprägung x des i -ten Merkmalsträgers

n = Anzahl der Merkmalsträger

bei *gruppierten* Daten:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^m (x_k \cdot f_{x_k})}{n}$$

k = Laufindex über die Kategorien ($k = 1, \dots, m$)

m = Anzahl der Kategorien

x_k = Merkmalsausprägung x der k -ten Kategorie

f_{x_k} = Häufigkeit der Merkmalsausprägung x in der k -ten Kategorie

n = Anzahl der Merkmalsträger

2 Streuungsmaße

1. Variationsweite V

$$V = x_{max} - x_{min}$$

x_{max} = größter x -Wert

x_{min} = kleinster x -Wert

2. Varianz s^2

bei *ungruppierten* Daten:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

x_i = Merkmalsausprägung x des i -ten Merkmalsträgers

\bar{x} = arithmetisches Mittel von X

n = Anzahl der Merkmalsträger

bei *gruppierten* Daten:

$$s^2 = \frac{\sum_{k=1}^m (x_k - \bar{x})^2 \cdot f_{x_k}}{n}$$

k = Laufindex über die Kategorien ($k = 1, \dots, m$)

m = Anzahl der Kategorien

x_k = Merkmalsausprägung der k -ten Kategorie

\bar{x} = arithmetisches Mittel von X

f_{x_k} = Häufigkeit der Merkmalsausprägung x in der k -ten Kategorie

n = Anzahl der Merkmalsträger

3. Standardabweichung s

$$s = \sqrt{s^2}$$

s^2 = Varianz von X

4. Varianz und Standardabweichung der Grundgesamtheit

Varianz und Standardabweichung der Grundgesamtheit werden mit σ^2 bzw. σ bezeichnet und können analog zu obigen Formeln berechnet werden, *sofern die Daten für die Grundgesamtheit verfügbar sind*:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

5. Schätzung der Varianz und Standardabweichung der Grundgesamtheit durch eine Stichprobe

Bei unbekannter Grundgesamtheit können σ^2 und σ durch die Stichprobendaten *geschätzt* (Dach!) werden; in diesem Fall muß man die Summe der Abweichungsquadrate durch $n - 1$ dividieren!

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\mathbf{n} - \mathbf{1}}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2}$$

3 Zusammenhangsmaße

1. Maße auf Basis des χ^2 -Wertes

Kontingenzkoeffizient C :

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

Wertebereich: $0 \leq C \leq C_{max}$, $C_{max} = \sqrt{\frac{R-1}{R}}$

Cramers V:

$$\text{Cramers } V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot (R - 1)}}$$

Wertebereich: $0 \leq \text{Cramers } V \leq 1$

wobei:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \frac{(f_{b(ij)} - f_{e(ij)})^2}{f_{e(ij)}}$$

i = Laufindex der Zeilen

j = Laufindex der Spalten

$f_{b(ij)}$ = beobachtete Häufigkeit in Zelle ij

$f_{e(ij)} = \frac{\text{Zeilensumme} \cdot \text{Spaltensumme}}{\text{Gesamtsumme} \cdot (n)}$ = erwartete Häufigkeit in Zelle ij

$R = \min(l, m)$ = Minimum der Zeilen- und Spaltenanzahl

2. lambda λ

$$\lambda = \frac{(\text{Fehler}_1 - \text{Fehler}_2)}{\text{Fehler}_1}$$

Wertebereich: $0 \leq \lambda \leq 1$

Fehler_1 = Anzahl der Fehler auf Basis der Modalkategorie der abhängigen Variable

Fehler_2 = Anzahl der Fehler bei zusätzlicher Kenntnis der unabhängigen Variable

3. gamma γ

$$\gamma = \frac{N_c - N_d}{N_c + N_d}$$

Wertebereich: $-1 \leq \gamma \leq 1$

N_c = Anzahl der konkordanten Paare

N_d = Anzahl der diskordanten Paare

4. eta η^2

$$\eta^2 = \frac{SAQ_{ges} - SAQ_{kat}}{SAQ_{ges}}$$

Wertebereich: $0 \leq \eta^2 \leq 1$

SAQ_{ges} = Summe der quadrierten Abweichungen aller Merkmalsträger vom arithmetischen Mittel aller Merkmalsträger

SAQ_{kat} = Summe der quadrierten Abweichungen der Merkmalsträger *in einer Kategorie* von deren arithmetischen Mittel; über alle Kategorien summiert

5. Pearsons r

Berechnung aus den Einzelmeßwerten:

$$r = \frac{SAP}{\sqrt{SAQ_x \cdot SAQ_y}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

SAP = Summe der Abweichungsprodukte

SAQ_x = Summe der Abweichungsquadrate von X

SAQ_y = Summe der Abweichungsquadrate von Y

x_i = Merkmalsausprägung x des i -ten Merkmalsträgers

\bar{x} = arithmetisches Mittel von X

y_i = Merkmalsausprägung y des i -ten Merkmalsträgers

\bar{y} = arithmetisches Mittel von Y

Wertebereich: $-1 \leq r \leq +1$

4 Lineare Einfachregression

1. Regressionskoeffizient b_{yx}

$$b_{yx} = \frac{SAP}{SAQ_x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

SAP = Summe der Abweichungsprodukte
 SAQ_x = Summe der Abweichungsquadrate von X
 x_i = Merkmalsausprägung x des i -ten Merkmalsträgers
 \bar{x} = arithmetisches Mittel von X
 y_i = Merkmalsausprägung y des i -ten Merkmalsträgers
 \bar{y} = arithmetisches Mittel von Y

2. Regressionskonstante a_{yx}

$$a_{yx} = \bar{y} - b_{yx} \cdot \bar{x}$$

\bar{y} = arithmetisches Mittel von Y
 b_{yx} = Regressionskoeffizient
 \bar{x} = arithmetisches Mittel von X

3. Regressionsgleichung

$$\hat{y}_i = a_{yx} + b_{yx}x_i$$

\hat{y}_i = Schätzwert für die abhängige Variable
 a_{yx} = Regressionskonstante
 b_{yx} = Regressionskoeffizient
 x_i = Merkmalsausprägung x des i -ten Merkmalsträgers

4. Bestimmtheitsmaß R^2

$$R^2 = \frac{\text{Erklärte-SAQ}_y}{\text{Gesamt-SAQ}_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

oder:

$$R^2 = 1 - \frac{\text{Unerklärte-SAQ}_y}{\text{Gesamt-SAQ}_y} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

\hat{y}_i = Schätzwert für die abhängige Variable

\bar{y} = arithmetisches Mittel von Y

y_i = beobachtete Merkmalsausprägung y des i -ten Merkmalsträgers

Wertebereich: $0 \leq R^2 \leq 1$

5 z -Transformation

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

z_i = z -transformierte Merkmalsausprägung z des i -ten Merkmalsträgers

x_i = Merkmalsausprägung x des i -ten Merkmalsträgers

\bar{x} = arithmetisches Mittel von X

s = Standardabweichung von X

6 Konfidenzintervalle

- für den **Mittelwert** μ bei **bekanntem** σ

$$\underbrace{\bar{x} - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{obere Grenze}}$$

\bar{x} = arithmetisches Mittel von X in der Stichprobe

α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

μ = (unbekannter) Mittelwert der Grundgesamtheit

σ = Standardabweichung in der Grundgesamtheit

n = Anzahl der Merkmalsträger

$z_{(1-\frac{\alpha}{2})}$ = z -Wert, der in der Standardnormalverteilung eine Fläche der Größe $1 - \alpha$ (symmetrisch zu $z = 0$) begrenzt

- für den **Mittelwert** μ bei **unbekanntem** σ

$$\underbrace{\bar{x} - t_{(1-\frac{\alpha}{2}; n-1)} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + t_{(1-\frac{\alpha}{2}; n-1)} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}_{\text{obere Grenze}}$$

\bar{x} = arithmetisches Mittel von X in der Stichprobe

α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

μ = (unbekannter) Mittelwert der Grundgesamtheit

$\hat{\sigma} = \sqrt{s^2 \cdot \frac{n}{n-1}}$ = geschätzte Standardabweichung in der Grundgesamtheit

n = Anzahl der Merkmalsträger

$t_{(1-\frac{\alpha}{2}; n-1)}$ = t -Wert, der in der t -Verteilung mit $n - 1$ Freiheitsgraden eine Fläche der Größe $1 - \alpha$ (symmetrisch zu $t = 0$) begrenzt

3. für den **Anteilswert** θ (wenn $n \cdot p \cdot (1 - p) \geq 9$)

$$\underbrace{p - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \theta \leq \underbrace{p + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}}_{\text{obere Grenze}}$$

p = Anteilswert des Ereignisses in der Stichprobe

α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

θ = (unbekannter) Anteilswert des Ereignisses in der Grundgesamtheit

n = Anzahl der Merkmalsträger

$z_{(1-\frac{\alpha}{2})}$ = z -Wert, der in der Standardnormalverteilung eine Fläche der Größe $1 - \alpha$ (symmetrisch zu $z = 0$) begrenzt

4. für die Differenz **zweier Mittelwerte**

$$\underbrace{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{1-\frac{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq \underbrace{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{1-\frac{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}}_{\text{obere Grenze}}$$

\bar{x}_1 = Arithmetisches Mittel von X in Stichprobe 1

\bar{x}_2 = Arithmetisches Mittel von X in Stichprobe 2

α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

μ_1 = (unbekannter) Mittelwert in Grundgesamtheit 1

μ_2 = (unbekannter) Mittelwert in Grundgesamtheit 2

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{s_1^2 \cdot \frac{n_1}{n_1-1}}$$

$$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{s_2^2 \cdot \frac{n_2}{n_2-1}}$$

n_1 = Anzahl der Merkmalsträger in Stichprobe 1

n_2 = Anzahl der Merkmalsträger in Stichprobe 2

$z_{(1-\frac{\alpha}{2})}$ = z -Wert, der in der Standardnormalverteilung eine Fläche der Größe $1 - \alpha$ (symmetrisch zu $z = 0$) begrenzt

7 Testverfahren

1. Test eines Mittelwertes

bei **bekanntem** σ^2

Prüfgröße:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

\bar{x}_1 = arithmetisches Mittel von X

μ_0 = durch H_0 postulierter Mittelwert der Grundgesamtheit

$\sigma_{\bar{x}}$ = Standardfehler des Mittelwertes

σ = Standardabweichung des Merkmals X in der Grundgesamtheit

n = Anzahl der Merkmalsträger in der Stichprobe

Kritischer Wert anhand der z -Verteilung:

$$z_{krit.} = z_{(\Phi)}$$

$\Phi = 1 - \alpha$ (einseitige Fragestellung)

$\Phi = 1 - \frac{\alpha}{2}$ (zweiseitige Fragestellung)

α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

bei **unbekanntem** σ^2

Prüfgröße:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}$$

\bar{x}_1 = arithmetisches Mittel von X

μ_0 = durch H_0 postulierter Mittelwert der Grundgesamtheit

$\hat{\sigma}_{\bar{x}}$ = geschätzter Standardfehler des Mittelwertes

$\hat{\sigma} = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}}$ = geschätzte Standardabweichung des Merkmals X in der Grundgesamtheit

n = Anzahl der Merkmalsträger in der Stichprobe

Kritischer Wert anhand der t -Verteilung:

$$t_{Krit.} = t_{(\Phi; df)}$$

$$\begin{aligned}\Phi &= 1 - \alpha && \text{(einseitige Fragestellung)} \\ \Phi &= 1 - \frac{\alpha}{2} && \text{(zweiseitige Fragestellung)} \\ df &= n - 1 \\ \alpha &= \text{vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit}\end{aligned}$$

2. Tests für **Mittelwertunterschiede**

für **unabhängige** Stichproben:

Prüfgröße:

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}}$$

\bar{x}_1 = arithmetisches Mittel von X in Stichprobe 1

\bar{x}_2 = arithmetisches Mittel von X in Stichprobe 2

μ_1 = (unbekannter) Mittelwert der Grundgesamtheit 1

μ_2 = (unbekannter) Mittelwert der Grundgesamtheit 2

$\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$ = geschätzter Standardfehler der Mittelwertdifferenz

$$\hat{\sigma}_1^1 = s_1^2 \cdot \frac{n}{n-1}$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = s_2^2 \cdot \frac{n}{n-1}$$

s_1^2 = Varianz des Merkmals X in Stichprobe 1

s_2^2 = Varianz des Merkmals X in Stichprobe 2

n_1 = Anzahl der Merkmalsträger in Stichprobe 1

n_2 = Anzahl der Merkmalsträger in Stichprobe 2

Kritischer Wert anhand der z -Verteilung:

$$z_{krit.} = z_{(\Phi)}$$

$\Phi = 1 - \alpha$ (einseitige Fragestellung)

$\Phi = 1 - \frac{\alpha}{2}$ (zweiseitige Fragestellung)

α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

für **abhängige** Stichproben:

Prüfgröße:

$$t = \frac{\bar{x}_d - \mu_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}} = \frac{\bar{x}_d - \mu_d}{\frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{n}}}$$

\bar{x}_d = arithmetisches Mittel der Differenzen in der Stichprobe
 μ_d = (unbekannter) Mittelwert der Differenzen in der Grundgesamtheit
 $\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}$ = geschätzter Standardfehler der Differenzen
 $\hat{\sigma}_d = s_d \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}}$
 n = Anzahl der Merkmalsträger

Kritischer Wert anhand der t -Verteilung:

$$t_{\text{Krit.}} = t_{(\Phi; df)}$$

$\Phi = 1 - \alpha$ (einseitige Fragestellung)
 $\Phi = 1 - \frac{\alpha}{2}$ (zweiseitige Fragestellung)
 $df = n - 1$
 α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

3. χ^2 -Test auf **Unabhängigkeit**

Prüfgröße:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \frac{(f_{b(ij)} - f_{e(ij)})^2}{f_{e(ij)}}$$

i = Laufindex der Zeilen
 j = Laufindex der Spalten
 $f_{b(ij)}$ = beobachtete Häufigkeit in Zelle ij
 $f_{e(ij)} = \frac{\text{Zeilensumme} \cdot \text{Spaltensumme}}{\text{Gesamtsumme}} = \frac{\quad}{(n)}$ = erwartete Häufigkeit in Zelle ij

Kritischer Wert anhand der χ^2 -Verteilung:

$$\chi_{\text{Krit.}}^2 = \chi_{(1-\alpha; df)}^2$$

$df = (\text{Spaltenzahl} - 1) \cdot (\text{Zeilenzahl} - 1)$
 α = vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit

***z*-Verteilung**

Die *z*-Werte sind auf zwei Nachkommastellen gerundet. Die erste Spalte der Tabelle enthält die *z*-Werte einschließlich der ersten Nachkommastelle, die zweite Nachkommastelle findet sich im Kopf der Tabelle. Angegeben ist die Fläche, die links von einem *z*-Wert liegt – also die Wahrscheinlichkeit, daß der jeweilige *z*-Wert oder ein kleinerer Wert vorkommt.

Lesehilfe: Gesucht sei der Flächenanteil, der zwischen $-\infty$ und dem Wert $z = 1,96$ liegt. In der Spalte „*z*-Wert“ am linken Rand der Tabelle sucht man zunächst die Zeile mit dem Wert „1,9.“ (Der Punkt steht für alle Ziffern von 0 bis 9). Dann sucht man in dieser Zeile die Spalte mit dem Wert „6“. Dort kann man der Tabelle den Flächenanteil „0,9750“ entnehmen, also 97,5%. Gesucht sei ferner der *z*-Wert, der linksseitig 2,5% der Fläche abschneidet. Der Wert, der nun innerhalb der Tabelle zu suchen ist, beträgt „0,0250“. Man findet ihn in der Zeile „-1,9.“ und der Spalte „6“. Also teilt der *z*-Wert $-1,96$ linksseitig 2,5% der Fläche ab.

<i>z</i> -Wert	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
-2,9.	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8.	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7.	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6.	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5.	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4.	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3.	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2.	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1.	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0.	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9.	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8.	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7.	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6.	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5.	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4.	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3.	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2.	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1.	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0.	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9.	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8.	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7.	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6.	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5.	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4.	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3.	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2.	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1.	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0.	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

(Fortsetzung z-Verteilung)

z-Wert	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
0,0.	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1.	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2.	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3.	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4.	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5.	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6.	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7.	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8.	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9.	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0.	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1.	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2.	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3.	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4.	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5.	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6.	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7.	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8.	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9.	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0.	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1.	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2.	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3.	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4.	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5.	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6.	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7.	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8.	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9.	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

t-Verteilung

In der Tabelle sind die *t*-Werte wiedergegeben, die linksseitig eine Fläche der Größe $1-\alpha$ in einer Verteilung mit einer bestimmten Zahl an Freiheitsgraden (*df*) abschneiden.

Lesehilfe: Welcher *t*-Wert schneidet linksseitig von der *t*-Verteilung mit 17 Freiheitsgraden 95% der Fläche ab? In der Spalte „df“ am linken Rand der Tabelle sucht man die Zeile mit dem Wert „17“ und dann in dieser Zeile die Spalte mit dem Wert „0,95“. Hier findet man den *t*-Wert 1,740. Anders ausgedrückt: 95% der Werte einer mit 17 Freiheitsgraden *t*-verteilten Zufallsvariablen sind kleiner als 1,740. Am Fuß der Tabelle die entsprechenden *z*-Werte wiedergegeben.

df	Fläche (1- α)									
	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
50	0,388	0,528	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,387	0,527	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,387	0,527	0,678	0,847	1,044	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,387	0,526	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
90	0,387	0,526	0,677	0,846	1,042	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632
100	0,386	0,526	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
150	0,386	0,526	0,676	0,844	1,040	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609
200	0,386	0,525	0,676	0,843	1,039	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601
500	0,386	0,525	0,675	0,842	1,038	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586
1000	0,385	0,525	0,675	0,842	1,037	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
<i>z</i> -Wert	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

χ^2 -Verteilung

Lesehilfe: Die Vorgehensweise entspricht der bei der t -Verteilung. Die χ^2 -Verteilung geht mit zunehmender Zahl an Freiheitsgraden in eine Normalverteilung (z -Verteilung) über. Der entsprechende Wert der z -Verteilung am Fuß der Tabelle ergibt sich erst nach Abzug der Freiheitsgrade und Division durch $\sqrt{2 \cdot df}$. Da die Annäherung sehr viel langsamer geschieht als bei der t -Verteilung, stimmen die Werte noch nicht sehr genau überein.

df	Fläche (1- α)								
	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	1,07	1,32	1,64	2,07	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	2,41	2,77	3,22	3,79	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	3,66	4,11	4,64	5,32	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	4,88	5,39	5,99	6,74	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	6,06	6,63	7,29	8,12	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	7,23	7,84	8,56	9,45	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	8,38	9,04	9,80	10,75	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	9,52	10,22	11,03	12,03	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	10,66	11,39	12,24	13,29	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	11,78	12,55	13,44	14,53	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	12,90	13,70	14,63	15,77	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	14,01	14,85	15,81	16,99	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	15,12	15,98	16,98	18,20	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	16,22	17,12	18,15	19,41	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	17,32	18,25	19,31	20,60	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	18,42	19,37	20,47	21,79	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	19,51	20,49	21,61	22,98	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	20,60	21,60	22,76	24,16	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	21,69	22,72	23,90	25,33	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	22,77	23,83	25,04	26,50	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	23,86	24,93	26,17	27,66	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	24,94	26,04	27,30	28,82	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	26,02	27,14	28,43	29,98	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	27,10	28,24	29,55	31,13	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	28,17	29,34	30,68	32,28	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	29,25	30,43	31,79	33,43	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	30,32	31,53	32,91	34,57	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	31,39	32,62	34,03	35,71	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	32,46	33,71	35,14	36,85	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	33,53	34,80	36,25	37,99	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
40	44,16	45,62	47,27	49,24	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	54,72	56,33	58,16	60,35	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	65,23	66,98	68,97	71,34	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	75,69	77,58	79,71	82,26	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	86,12	88,13	90,41	93,11	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	96,52	98,65	101,05	103,90	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	106,91	109,14	111,67	114,66	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17
150	158,58	161,29	164,35	167,96	172,58	179,58	185,80	193,21	198,36
200	209,99	213,10	216,61	220,74	226,02	233,99	241,06	249,45	255,26
500	516,09	520,95	526,40	532,80	540,93	553,13	563,85	576,49	585,21
z-Wert	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576