

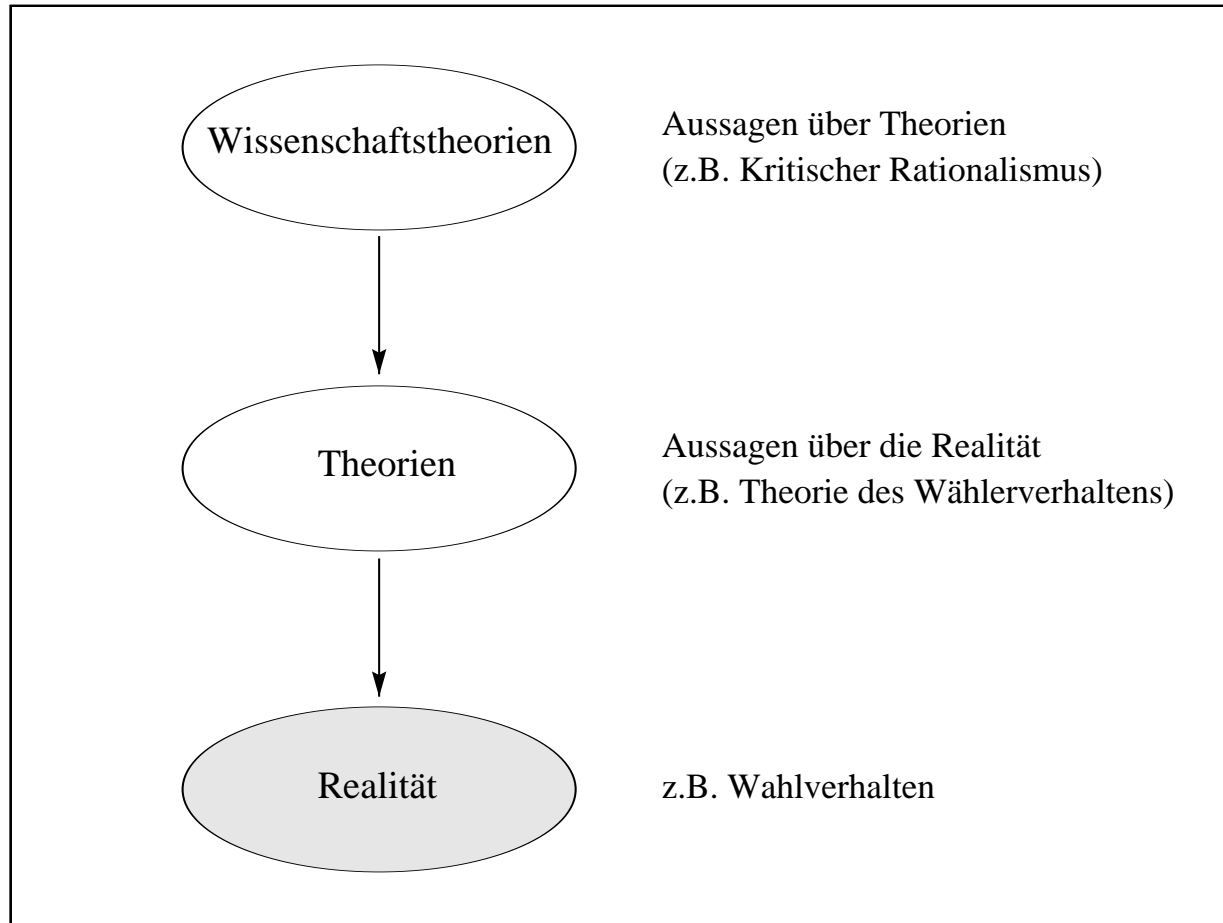
Uwe W. Gehring · Cornelia Weins

GRUNDKURS STATISTIK FÜR POLITOLOGEN

2. Auflage, Wiesbaden: Westdeutscher Verlag 2000

Folienvorlagen

Abbildung 1.1: Der Status von Theorien



Gesetz/All-Aussage	Randbedingung	Zu erklärende Beobachtung
Alle Rotdrosseln wandern	Vogel X ist eine Rotdrossel	Vogel X wandert
Alle Arbeiter wählen SPD	Person Y ist Arbeiter	Person Y wählt die SPD

Explanans

Prämissen

Explanandum

Konklusion

Abbildung 1.2: Theoriegewinnung und Theorieprüfung

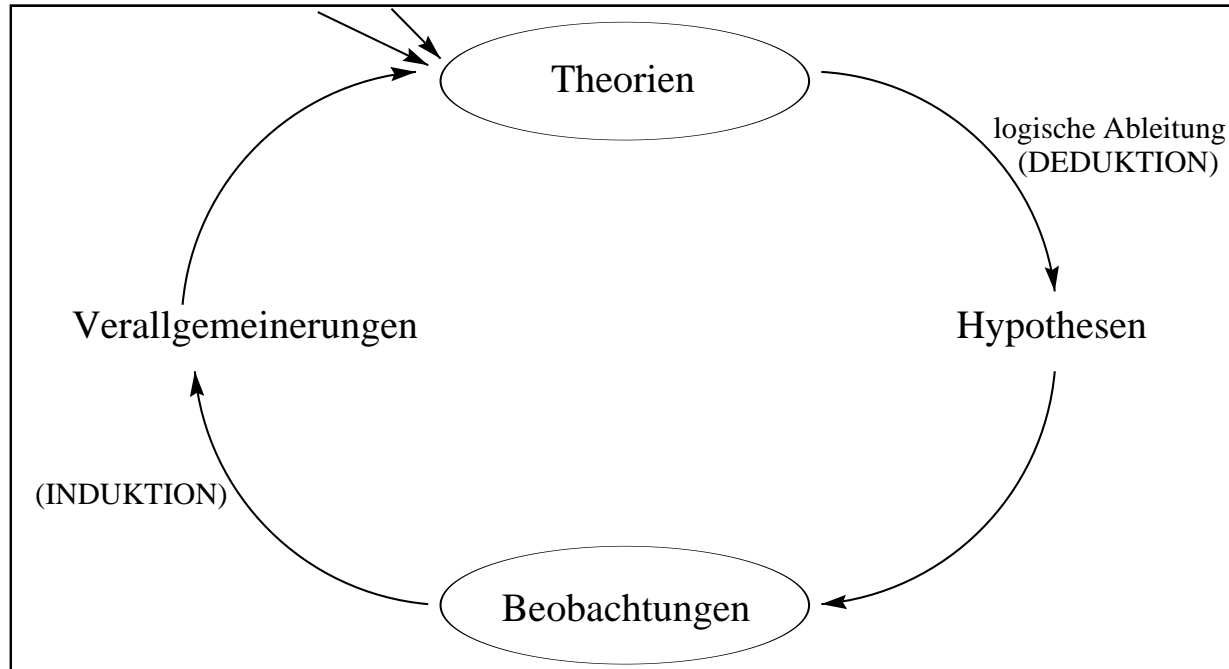
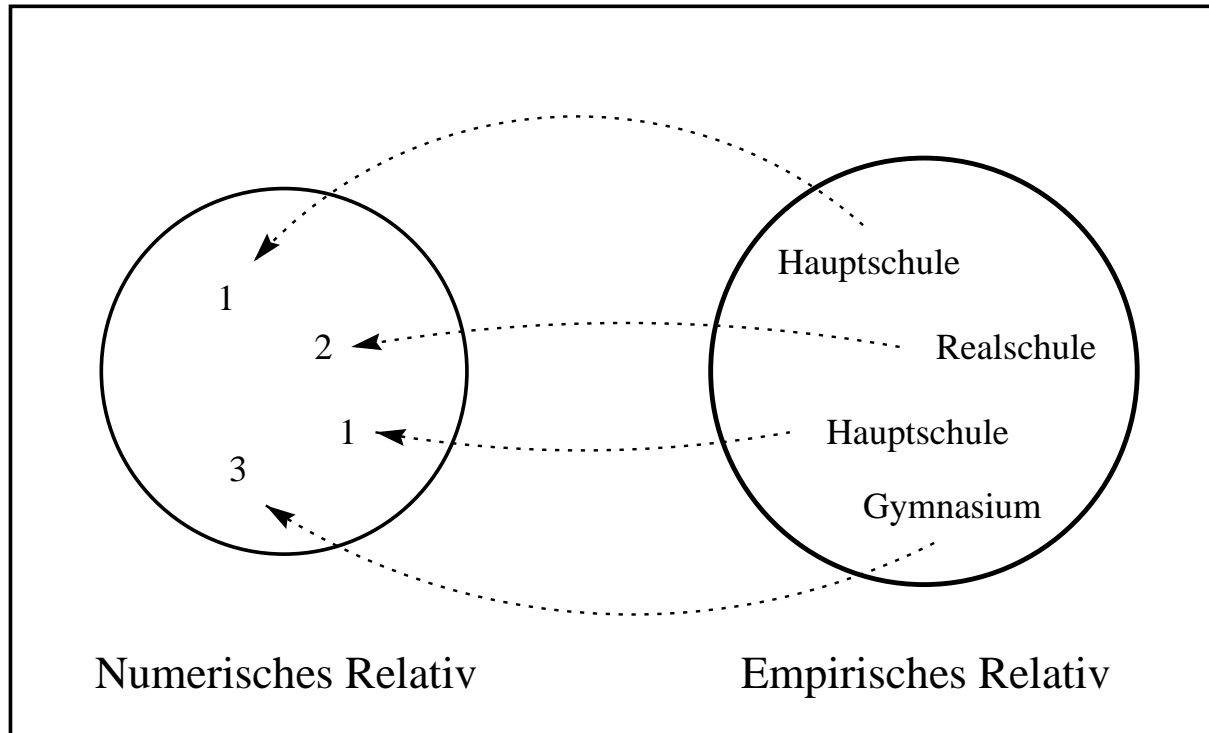


Abbildung 3.1: Messen – Schematische Darstellung



- „Die in Deutschland lebenden Ausländer sollten ihren Lebensstil ein bißchen besser an den der Deutschen anpassen.“
- „Wenn Arbeitsplätze knapp werden, sollte man die in Deutschland lebenden Ausländer wieder in ihre Heimat zurückschicken.“
- „Man sollte den in Deutschland lebenden Ausländern jede politische Betätigung in Deutschland untersagen.“
- „Die in Deutschland lebenden Ausländer sollten sich ihre Ehepartner unter ihren eigenen Landsleuten auswählen.“

Quelle: ALLBUS 1994

- „Teilnahme an einer nicht genehmigten Demonstration“
- „Mitarbeit in einer Bürgerinitiative“
- „Hausbesetzung, Besetzung von Fabriken, Ämtern“

Quelle: ALLBUS 1998

Tabelle 3.1: Zulässige Antwortmuster der Guttman-Skala

Item 1	Item 2	Item 3	Skalenwert
–	–	–	0
+	–	–	1
+	+	–	2
+	+	+	3

Tabelle 3.2: Unzulässige Antwortmuster der Guttman-Skala

Item 1	Item 2	Item 3	Wert	Fehler
–	+	–	1	2
–	–	+	1	2
–	+	+	2	2
+	–	+	2	2

Wert = Anzahl bejahter Items

Tabelle 3.3: Guttman Skala – Politische Beteiligung 1998

BI	UD	HB	Wert	Fehler	Befragte	Summe der Fehler
Zustimmung						
30%	10%	3%				
–	–	–	0	0	1389	
+	–	–	1	0	505	
+	+	–	2	0	90	
+	+	+	3	0	41	
–	+	–	1	2	57	57×2
–	–	+	1	2	11	$+11 \times 2$
–	+	+	2	2	14	$+14 \times 2$
+	–	+	2	2	10	$+10 \times 2$
						<u> </u>
						$= 184$

BI: Bürgerinitiative; UD: ungenehmigte Demonstration; HB: Hausbesetzung, Besetzung von Fabriken und Ämtern

Quelle: ALLBUS 1998, westdeutsche Befragte

$$\text{Rep.} = 1 - \frac{\text{Anzahl der Fehler}}{\text{Anzahl der Befragten} \times \text{Anzahl der Items}}$$

$$\text{Rep.} = 1 - \frac{184}{2117 \times 3} = 0,97$$

Abbildung 4.2: Frage mit Mehrfachantworten

Sind Sie Mitglied eines Vereins? (Mehrfachnennungen möglich)

Gesangverein

Sportverein

Heimatverein

Caritativer Verein

Anderer Verein

Tabelle 4.1: Interviewdauer bei ALLBUS-Umfragen

Minuten	1994	1998
20 bis 39	17%	9%
40 bis 59	44%	54%
60 bis 74	22%	25%
75 bis 99	12%	9%
mehr als 100	2%	1%
keine Angabe	4%	2%
(Befragte)	100% (3450)	100% (3234)

Frageformulierung: „Bitte sagen Sie mir jeweils mit Hilfe dieser Liste, ob Sie persönlich das beschriebene Verhalten für sehr schlimm, ziemlich schlimm, weniger schlimm, oder für überhaupt nicht schlimm halten.“

„Ein Mann zwingt seine Ehefrau zum Geschlechtsverkehr.“

Tabelle 4.2: Interviewereffekt bei der mündlichen Befragung

Antwort	Männliche Befragte		Weibliche Befragte	
	Männl. Int.	Weibl. Int.	Männl. Int.	Weibl. Int.
Sehr schlimm	62,5%	69,9%	71,1%	70,7%
Ziemlich schlimm	29,1%	23,0%	24,4%	25,6%
Weniger schlimm	6,7%	5,6%	3,9%	2,9%
Gar nicht schlimm	1,8%	1,5%	0,6%	0,8%
<i>n</i>	506	196	492	242

Quelle: ALLBUS 1990

Abbildung 4.4: Fiktives Beobachtungsprotokoll einer StuPa-Sitzung

ALLGEMEINE ANGABEN					
Beobachter:					
Datum:					
Uhrzeit (Beginn und Ende):					
ANWESENDE					
Nr.	<i>Geschlecht</i>		<i>Politische Einordnung</i>		
	weiblich	männlich	Koalition	Opposition	
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
u. s. w.	⋮	⋮	⋮	⋮	
REDEBEITRÄGE					
Nr.	<i>Geschlecht</i>		<i>Politische Einordnung</i>		<i>Länge</i>
	weiblich	männlich	Koalition	Opposition	Minuten
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
u. s. w.	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabelle 5.1: Notation bei Häufigkeitsauszählungen

Kategorie (Merkmalsausprägung)	Bezeichnung
CDU/CSU	x_1
SPD	x_2
FDP	x_3
NPD	x_4
GRÜNE	x_5
REP	x_6
Andere Partei	x_7
Wähle nicht	x_8
Verweigert	x_9
Weiß nicht	x_{10}
Keine Angabe	x_{11}

$$\text{Abs. Häufigkeit} = f_{x_k}$$

$$\text{Rel. Häufigkeit} = \frac{f_{x_k}}{\text{Summe aller Häufigkeiten des Merkmals } X} = \frac{f_{x_k}}{n}$$

$$\text{Prozentwert} = \text{Relative Häufigkeit} \times 100$$

Tabelle 5.2: Häufigkeitsauszählung der Wahlabsicht im ALLBUS 1994

Wahlabsicht x_k	absolute Häufigkeit f_{x_k}	relative Häufigkeit	Prozente %
CDU/CSU	692	0,301	30,1
SPD	856	0,372	37,2
FDP	200	0,087	8,7
Bündnis 90/Grüne	316	0,138	13,8
Republikaner	72	0,031	3,1
PDS	120	0,052	5,2
Andere Partei	42	0,018	1,8
Summe	2298	1,000	100,0

Tabelle 5.3: Häufigkeitsauszählung der Wahlabsicht mit unterschiedlicher Prozentuierungsbasis

	Alle	Art der Prozentuierungsbasis			
		Abg. gültige Stimmen		Wahlberechtigte	
Wahlabsicht	abs. H.	abs. H.	%	abs. H.	%
CDU-CSU	692	692	30,1	692	21,0
SPD	856	856	37,2	856	26,0
FDP	200	200	8,7	200	6,1
Bündnis 90/Grüne	316	316	13,8	316	9,6
Republikaner	72	72	3,1	72	2,2
PDS	120	120	5,2	120	3,6
Andere Partei	42	42	1,8	42	1,3
Würde nicht wählen	245	–	–	245	7,4
Verweigert	145	–	–	145	4,4
Weiß nicht	570	–	–	570	17,3
Keine Angabe	36	–	–	36	1,1
Nicht wahlberechtigt	156	–	–	–	–
Summe	3450	2298	100,0	3294	100,0

Bildung



Wahlabsicht

Unabhängige Variable

Abhängige Variable

Erklärende Variable

Zu erklärende Variable

Tabelle 5.4: Kreuztabelle der Wahlabsicht mit Bildung – absolute Häufigkeiten

Wahlabsicht	Schulabschluß			Summe
	HS	RS	Abitur	
CDU/CSU	367	182	119	668
SPD	453	244	131	828
FDP	77	71	49	197
Bündnis 90/Grüne	89	90	125	304
Republikaner	43	20	2	65
PDS	42	43	32	117
Andere Partei	15	15	9	39
Summe	1086	665	467	2218

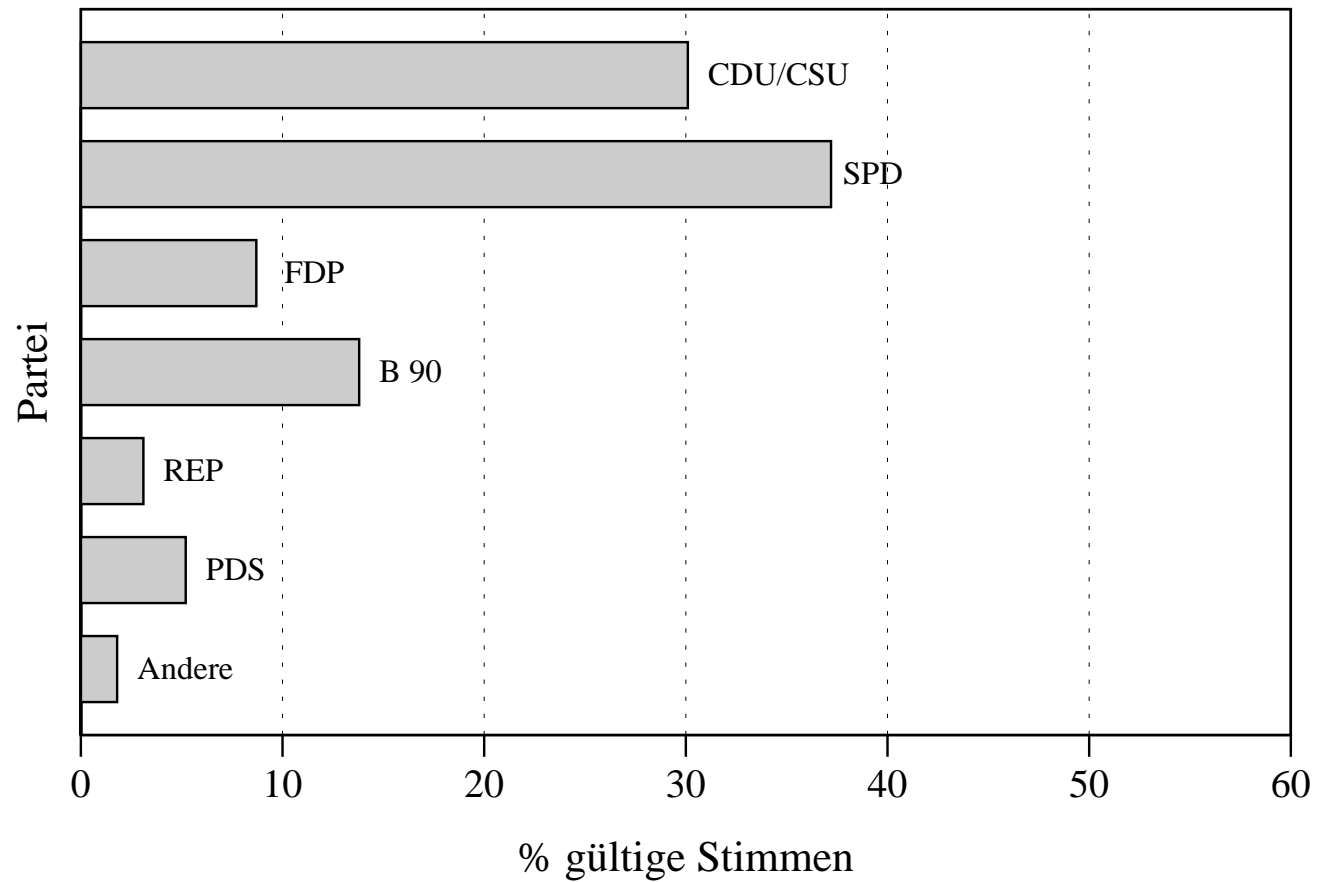
Tabelle 5.5: Kreuztabelle der Wahlabsicht mit Bildung – absolute Häufigkeiten und Spaltenprozentage

Wahlabsicht	Schulabschluß						Summe	
	HS		RS		Abitur			
CDU/CSU	367	<i>33,8</i>	182	<i>27,4</i>	119	<i>25,5</i>	668	<i>30,1</i>
SPD	453	<i>41,7</i>	244	<i>36,7</i>	131	<i>28,1</i>	828	<i>37,3</i>
FDP	77	<i>7,1</i>	71	<i>10,7</i>	49	<i>10,5</i>	197	<i>8,9</i>
Bündnis 90/Grüne	89	<i>8,2</i>	90	<i>13,5</i>	125	<i>26,8</i>	304	<i>13,7</i>
Republikaner	43	<i>4,0</i>	20	<i>3,0</i>	2	<i>0,4</i>	65	<i>2,9</i>
PDS	42	<i>3,9</i>	43	<i>6,5</i>	32	<i>6,9</i>	117	<i>5,3</i>
Andere Partei	15	<i>1,4</i>	15	<i>2,3</i>	9	<i>1,9</i>	39	<i>1,8</i>
Summe	1086	<i>100,0</i>	665	<i>100,0</i>	467	<i>100,0</i>	2218	<i>100,0</i>

Tabelle 5.6: Kreuztabelle der Wahlabsicht mit Bildung – absolute Häufigkeiten und Zeilenprozent

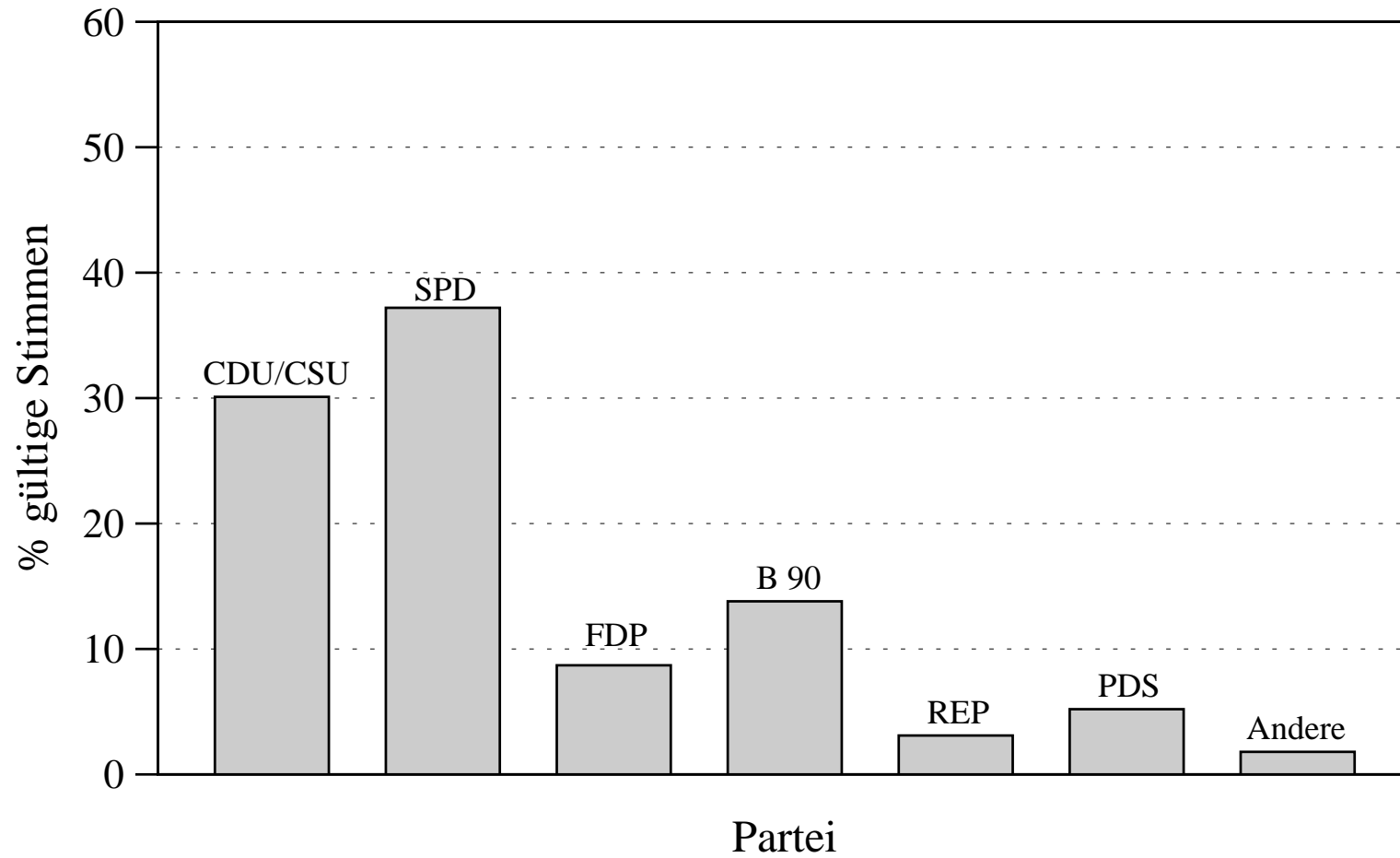
Wahlabsicht	Schulabschluß						Summe	
	HS		RS		Abitur			
CDU/CSU	367	<i>54,9</i>	182	<i>27,2</i>	119	<i>17,8</i>	668	<i>100,0</i>
SPD	453	<i>54,7</i>	244	<i>29,5</i>	131	<i>15,8</i>	828	<i>100,0</i>
FDP	77	<i>39,1</i>	71	<i>36,0</i>	49	<i>24,9</i>	197	<i>100,0</i>
Bündnis 90/Grüne	89	<i>29,3</i>	90	<i>29,6</i>	125	<i>41,1</i>	304	<i>100,0</i>
Republikaner	43	<i>66,2</i>	20	<i>30,8</i>	2	<i>3,1</i>	65	<i>100,0</i>
PDS	42	<i>35,9</i>	43	<i>36,8</i>	32	<i>27,4</i>	117	<i>100,0</i>
Andere Partei	15	<i>38,5</i>	15	<i>38,5</i>	9	<i>23,1</i>	39	<i>100,0</i>
Summe	1086	<i>49,0</i>	665	<i>30,0</i>	467	<i>21,1</i>	2218	<i>100,0</i>

Abbildung 5.1: Balkendiagramm der Wahlabsicht



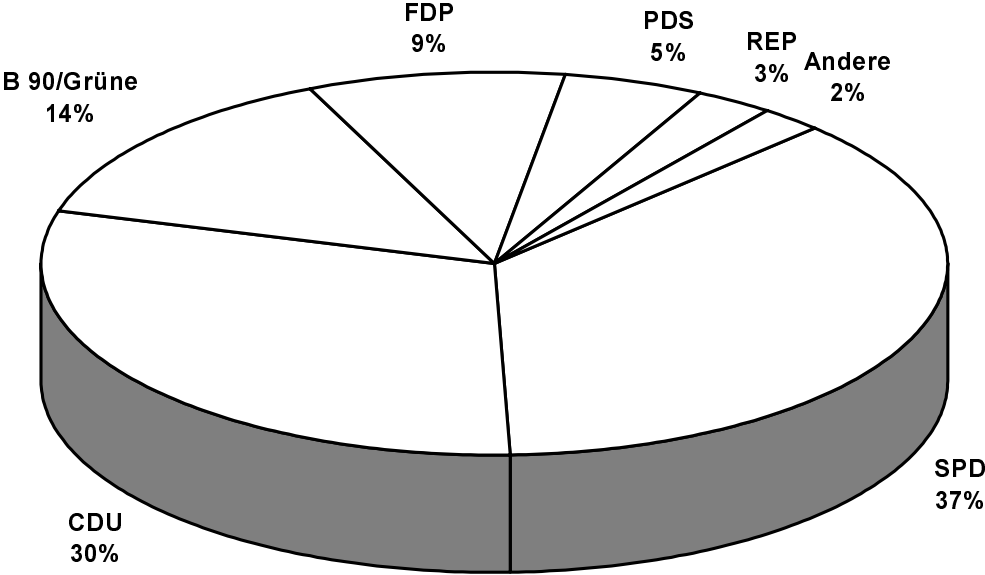
Quelle: ALLBUS 1994, n=2298

Abbildung 5.2: Säulendiagramm der Wahlabsicht



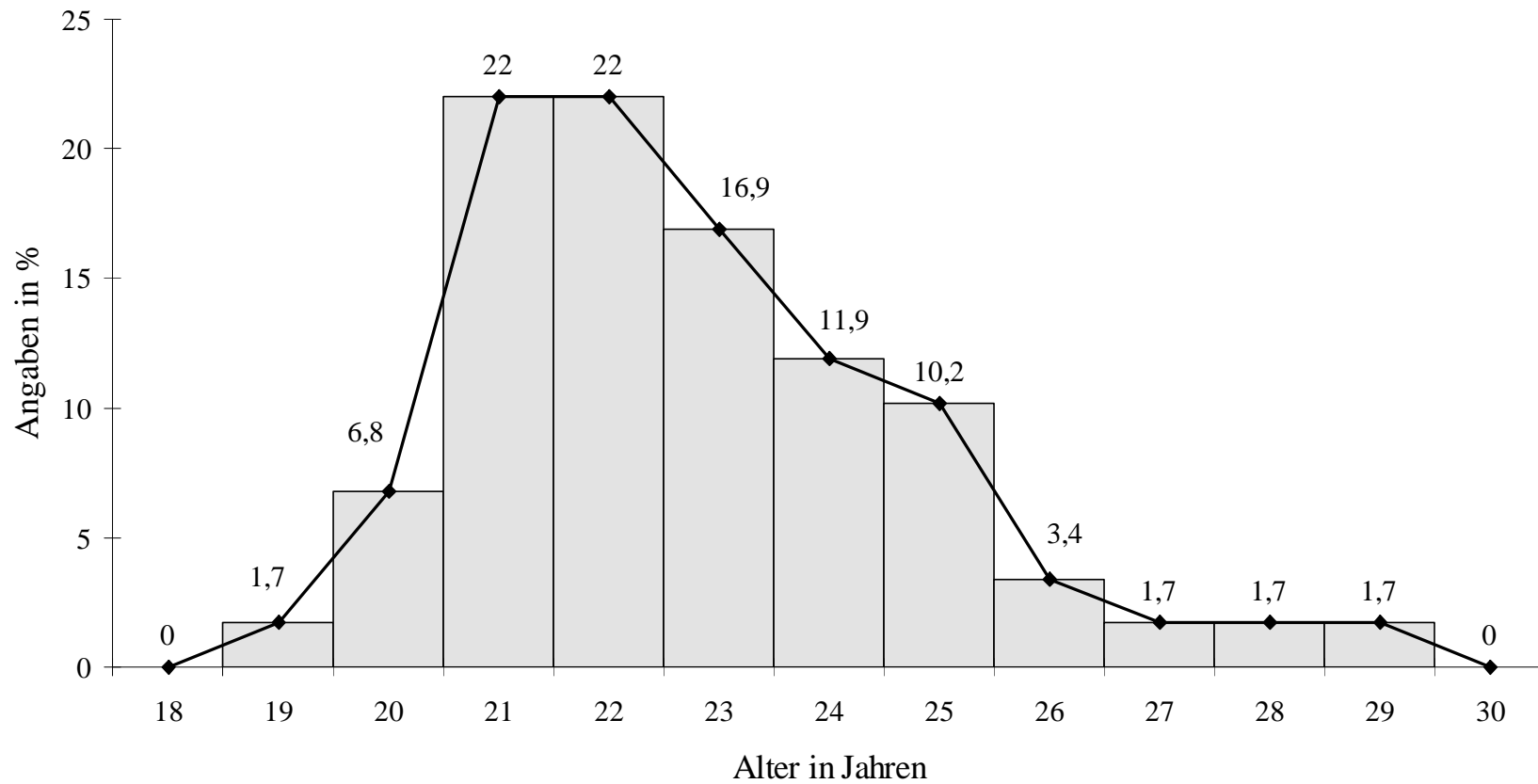
Quelle: ALLBUS 1994, n=2298

Abbildung 5.3: Tortendiagramm der Wahlabsicht (in % der abgegebenen gültigen Stimmen)



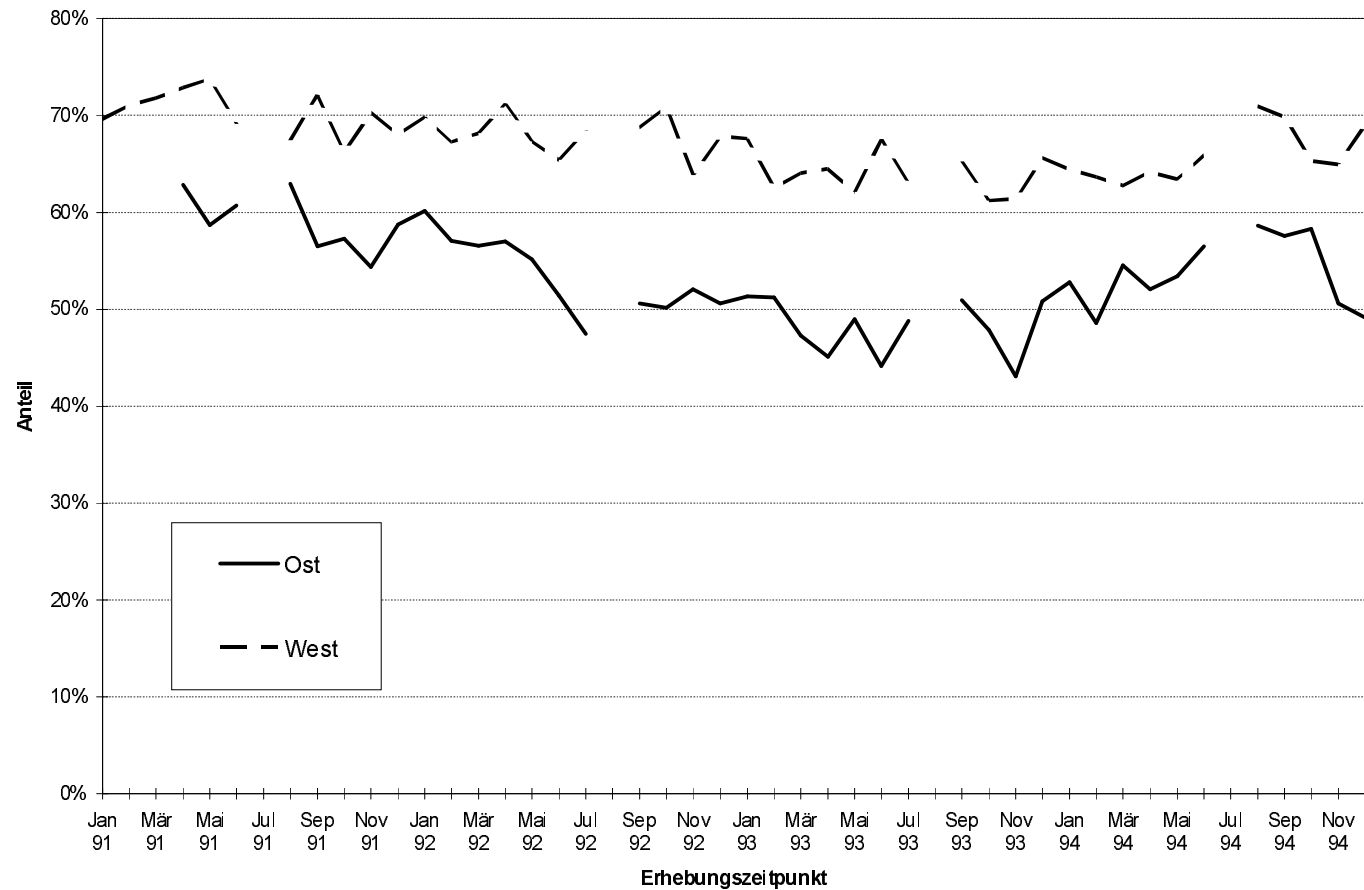
Quelle: ALLBUS 1994, n=2298

Abbildung 5.4: Alter von Kursteilnehmern



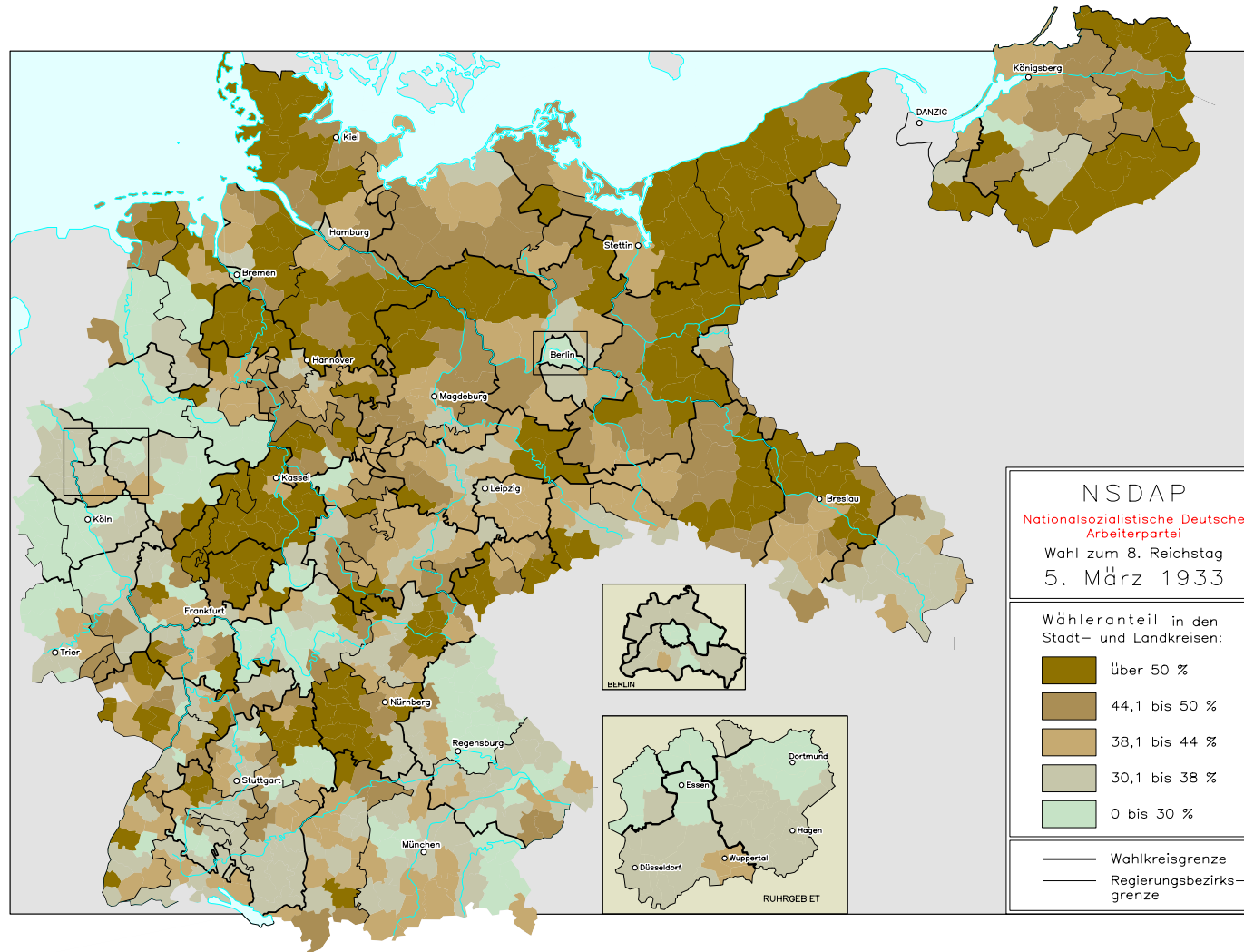
Quelle: eigene Umfrage, n=59

Abbildung 5.5: Parteiidentifikation zwischen 1991 und 1994



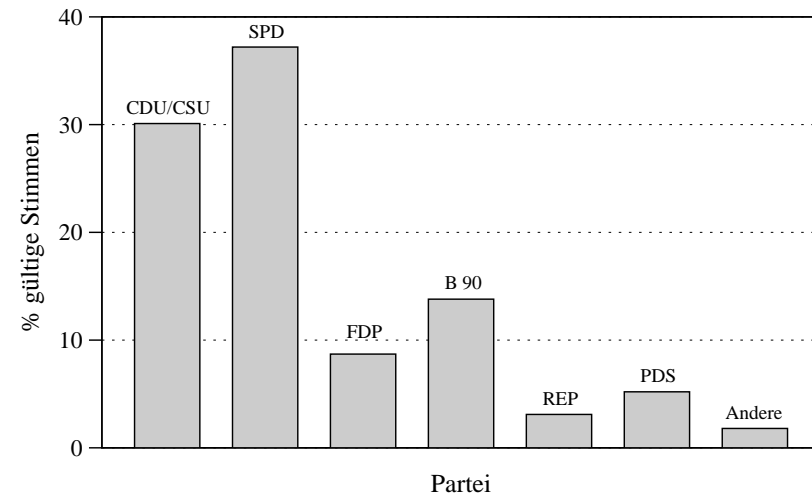
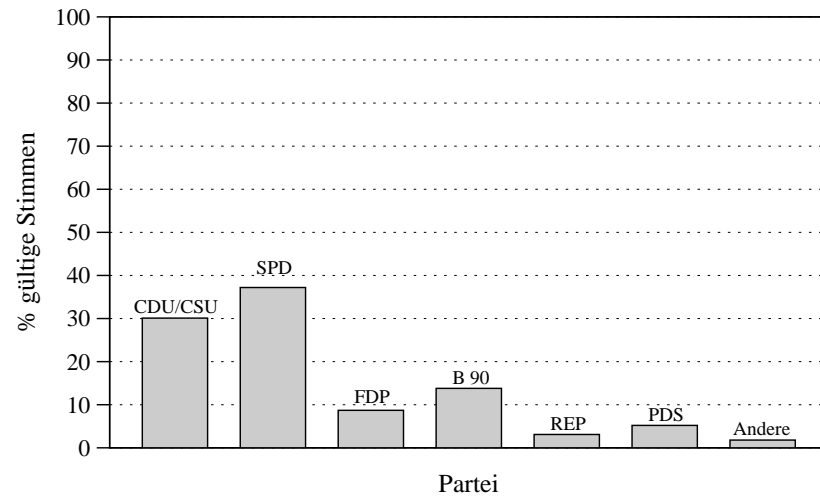
Quelle: Gehring und Winkler (1997), monatlich $n \approx 1000$

Abbildung 5.6: NSDAP-Wähleranteil bei der Reichstagswahl 1933



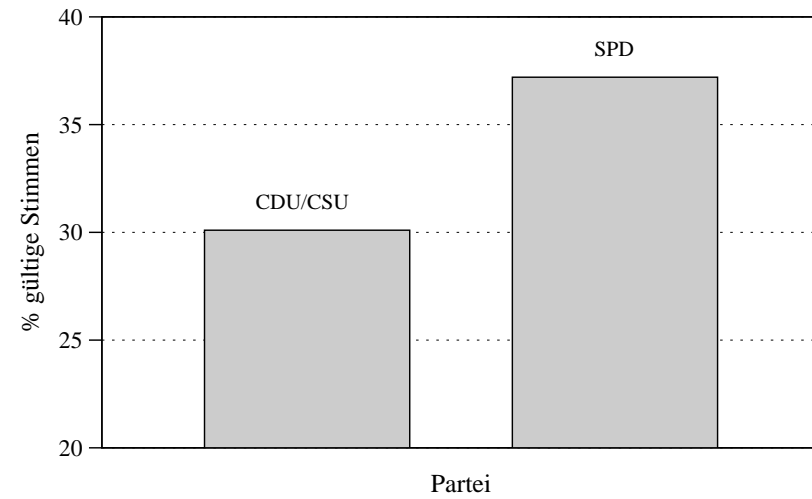
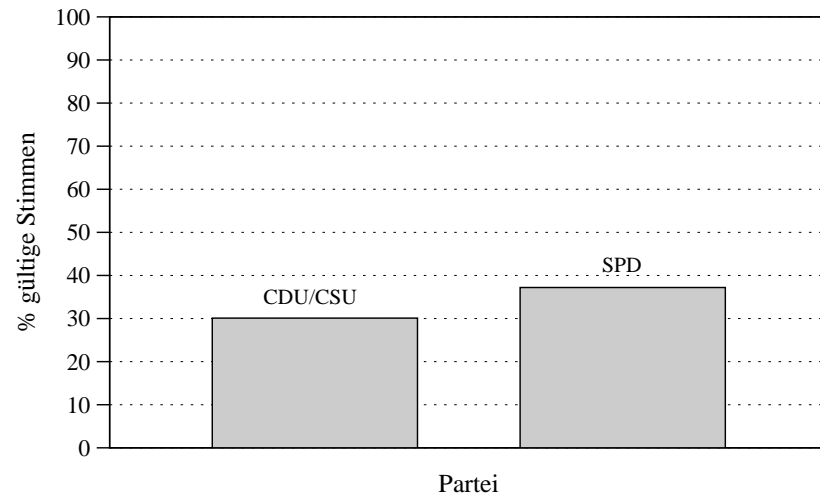
Diese Karte aus dem Projekt „Sozial- und Wahlatlas des Deutschen Reiches“ wurde freundlicherweise von Dr. Jürgen Winkler zur Verfügung gestellt.

Abbildung 5.7: Wahlabsicht bei Veränderung des y -Achsen-Maßstabes



Quelle: ALLBUS 1994, n=2298

Abbildung 5.8: Wahlabsicht mit korrekter und falscher Grundlinie



ALLBUS 1994, n=2298

Tabelle 6.1: Semesteranzahl von Politologen:
ungruppierte Daten

<i>Urliste</i>		<i>Primäre Tafel</i>	
i	x_i	i	x_i
1	12	1	10
2	14	2	11
3	10	3	11
4	15	4	12
5	11	5	12
6	20	6	12
7	12	7	13
8	12	8	13
9	11	9	14
10	13	10	15
11	13	11	20

Tabelle 6.2: Semesteranzahl von Politologen:
gruppierte Daten

k	x_k	f_{x_k}
1	10	1
2	11	2
3	12	3
4	13	2
5	14	1
6	15	1
7	20	1

- Median – *ungerade* Zahl von Meßwerten

$$\tilde{x} = x_{\frac{n+1}{2}} \quad (6.1)$$

$$\tilde{x} = x_{\frac{11+1}{2}} = x_6 = 12$$

- Median – *gerade* Zahl von Meßwerten

$$\tilde{x} = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} \quad (6.2)$$

$$\tilde{x} = \frac{x_{\frac{12}{2}} + x_{\frac{12}{2}+1}}{2} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{12 + 13}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

- Arithmetisches Mittel – *ungruppierte* Daten

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \tag{6.3}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11}}{n} \\ &= \frac{10 + 11 + 11 + 12 + 12 + 12 + 13 + 13 + 14 + 15 + 20}{11} \\ &= \frac{143}{11} = 13 \end{aligned}$$

- Arithmetisches Mittel – *gruppierte* Daten

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^m (x_k \cdot f_{x_k})}{n} \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum_{k=1}^m (x_k \cdot f_{x_k})}{n} \\ &= \frac{10 \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 13 \cdot 2 + 14 \cdot 1 + 15 \cdot 1 + 20 \cdot 1}{11} \\ &= \frac{143}{11} = 13 \end{aligned}$$

	alle Meßwerte	Meßwerte ohne x_{11}
x_{Mo}	12	12
\tilde{x}	12	12
\bar{x}	13	12,3

- Variationsweite

$$V = x_{max} - x_{min} \tag{6.5}$$

$$V = x_{max} - x_{min} = 20 - 10 = 10$$

- Varianz – *ungruppierte* Daten

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\text{SAQ}}{n} \quad (6.6)$$

$$s^2 = \frac{74}{11} = 6,\overline{72} \approx 6,73$$

Tabelle 6.3: Berechnung der Varianz aus der Primären Tafel

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	10	-3	9
2	11	-2	4
3	11	-2	4
4	12	-1	1
5	12	-1	1
6	12	-1	1
7	13	0	0
8	13	0	0
9	14	1	1
10	15	2	4
11	20	7	49
Σ	143	0	74

- Varianz – *gruppierte* Daten

$$s^2 = \frac{\sum_{k=1}^m (x_k - \bar{x})^2 \cdot f_{x_k}}{n} \quad (6.7)$$

$$s^2 = \frac{74}{11} = 6,\overline{72} \approx 6,73$$

Tabelle 6.4: Berechnung der Varianz aus den gruppierten Daten

k	x_k	f_{x_k}	$x_k - \bar{x}$	$(x_k - \bar{x})^2$	$(x_k - \bar{x})^2 \cdot f_{x_k}$
1	10	1	-3	9	9
2	11	2	-2	4	8
3	12	3	-1	1	3
4	13	2	0	0	0
5	14	1	1	1	1
6	15	1	2	4	4
7	20	1	7	49	49
Σ	143	11			74

- Standardabweichung – *ungruppierte* Daten

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\text{SAQ}}{n}} \quad (6.8)$$

- Standardabweichung – *gruppierte* Daten

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^m (x_k - \bar{x})^2 \cdot f_{x_k}}{n}} \quad (6.9)$$

$$s = \sqrt{s^2} = 2,59$$

Tabelle 7.1: **Kontingenztabelle** PDS-Wahl und Erhebungsgebiet

	WEST	OST	Summe
PDS	4	116	120
ANDERE	1572	606	2178
Summe	1576	722	2298

Quelle: ALLBUS 1994

Tabelle 7.2: Allgemeine Form einer Kreuztabelle

	x_1	x_2	\cdots	x_m	Zeilensummen
y_1	f_{11}	f_{12}	\cdots	f_{1m}	$\sum_{j=1}^m f_{1j}$
y_2	f_{21}	f_{22}	\cdots	f_{2m}	$\sum_{j=1}^m f_{2j}$
\vdots	\vdots	\vdots	\cdots	\vdots	\vdots
y_l	f_{l1}	f_{l2}	\cdots	f_{lm}	$\sum_{j=1}^m f_{lj}$
Spaltensummen	$\sum_{i=1}^l f_{i1}$	$\sum_{i=1}^l f_{i2}$	\cdots	$\sum_{i=1}^l f_{im}$	$\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m f_{ij} = n$

$$f_{e(ij)} = \frac{\text{Zeilensumme} \times \text{Spaltensumme}}{\text{Gesamtsumme} \quad (n)} \quad (7.1)$$

$$f_{e(11)} = \frac{120 \times 1576}{2298} = 82,3$$

Tabelle 7.3: **Indifferenztabelle** PDS-Wahl und Erhebungsgebiet

	WEST	OST	Summe
PDS	82,3	37,7	120
ANDERE	1493,7	684,3	2178
Summe	1576	722	2298

Quelle: ALLBUS 1994

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \frac{(f_{b(ij)} - f_{e(ij)})^2}{f_{e(ij)}} \quad (7.2)$$

$$\chi^2 = \frac{(4 - 82,3)^2}{82,3} + \frac{(116 - 37,7)^2}{37,7} + \frac{(1572 - 1493,7)^2}{1493,7} + \frac{(606 - 684,3)^2}{684,3}$$

$$= 74,49 + 162,62 + 4,10 + 8,96 = \mathbf{250,16}$$

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} \quad (7.3)$$

$$C_{max} = \sqrt{\frac{R - 1}{R}}; \quad R = \min(l, m) \quad (7.4)$$

$$C = \sqrt{\frac{250,16}{250,16 + 2298}} = 0,313$$

$$\text{Cramers } V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot (R - 1)}} \quad (7.5)$$

$$\text{Cramers } V = \sqrt{\frac{250,16}{2298 \cdot (2 - 1)}} = 0,33$$

Tabelle 7.4: Zusammenhang von Kanzlerpräferenz und Wahlabsicht

Wahlabsicht	Kanzlerpräferenz		Summe
	Kohl	Scharping	
CDU/CSU	335	15	350
SPD	25	320	345
Andere	84	102	186
Summe	444	437	881

Quelle: Forschungsgruppe Wahlen, Blitzumfrage Oktober 1994, nur Westdeutsche

$$\lambda = \frac{(Fehler_1 - Fehler_2)}{Fehler_1} \quad (7.6)$$

$$\lambda = \frac{(531 - 226)}{531} = 0,57$$

Tabelle 7.5: Kreuztabelle zwischen Bildung und politischem Interesse

Pol. Interesse	Schulabschluß			Summe
	HS	RS	Abitur	
Kein	228	72	10	310
Wenig	386	209	67	662
Mittel	741	460	244	1445
Stark	219	189	229	637
Sehr stark	75	87	103	265
Summe	1649	1017	653	3319

Quelle: ALLBUS 1994

$$\begin{aligned} N_c &= 228 \cdot (209 + 460 + 189 + 87 + 67 + 244 + 229 + 103) + \\ &72 \cdot (67 + 244 + 229 + 103) + \\ &386 \cdot (460 + 189 + 87 + 244 + 229 + 103) + \\ &209 \cdot (244 + 229 + 103) + \\ &741 \cdot (189 + 87 + 229 + 103) + \\ &460 \cdot (229 + 103) + \\ &219 \cdot (87 + 103) + \\ &189 \cdot (103) \\ &= 1699501 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_d &= 10 \cdot (386 + 741 + 219 + 75 + 209 + 460 + 189 + 87) + \\ &\quad 72 \cdot (386 + 741 + 219 + 75) + \\ &\quad 67 \cdot (741 + 219 + 75 + 460 + 189 + 87) + \\ &\quad 209 \cdot (741 + 219 + 75) + \\ &\quad 244 \cdot (219 + 75 + 189 + 87) + \\ &\quad 460 \cdot (219 + 75) + \\ &\quad 229 \cdot (75 + 87) + \\ &\quad 189 \cdot (75) \\ &= 786537 \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{N_c - N_d}{N_c + N_d} \tag{7.7}$$

$$\gamma = \frac{1699501 - 786537}{1699501 + 786537} = \frac{912964}{2486038} = 0,367$$

$$SAQ_{ges} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{1193} (x_i - 2289,97)^2 = 2004660864$$

$$SAQ_{Frauen} = \sum_{i=1}^{493} (x_i - 1716,33)^2 = 406385814$$

$$SAQ_{Männer} = \sum_{i=1}^{700} (x_i - 2693,98)^2 = 1321786650$$

$$\eta^2 = \frac{SAQ_{ges} - SAQ_{kat}}{SAQ_{ges}} \quad (7.8)$$

$$\eta^2 = \frac{SAQ_{ges} - SAQ_{kat}}{SAQ_{ges}} = \frac{2004660864 - 1728172464}{2004660864} = 0,138$$

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{SAQ_{ges} - SAQ_{kat}}{SAQ_{ges}}} \quad (7.9)$$

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{0,138} = 0,37$$

Abbildung 7.1: Stimmenanteil der CDU und Katholikenanteil

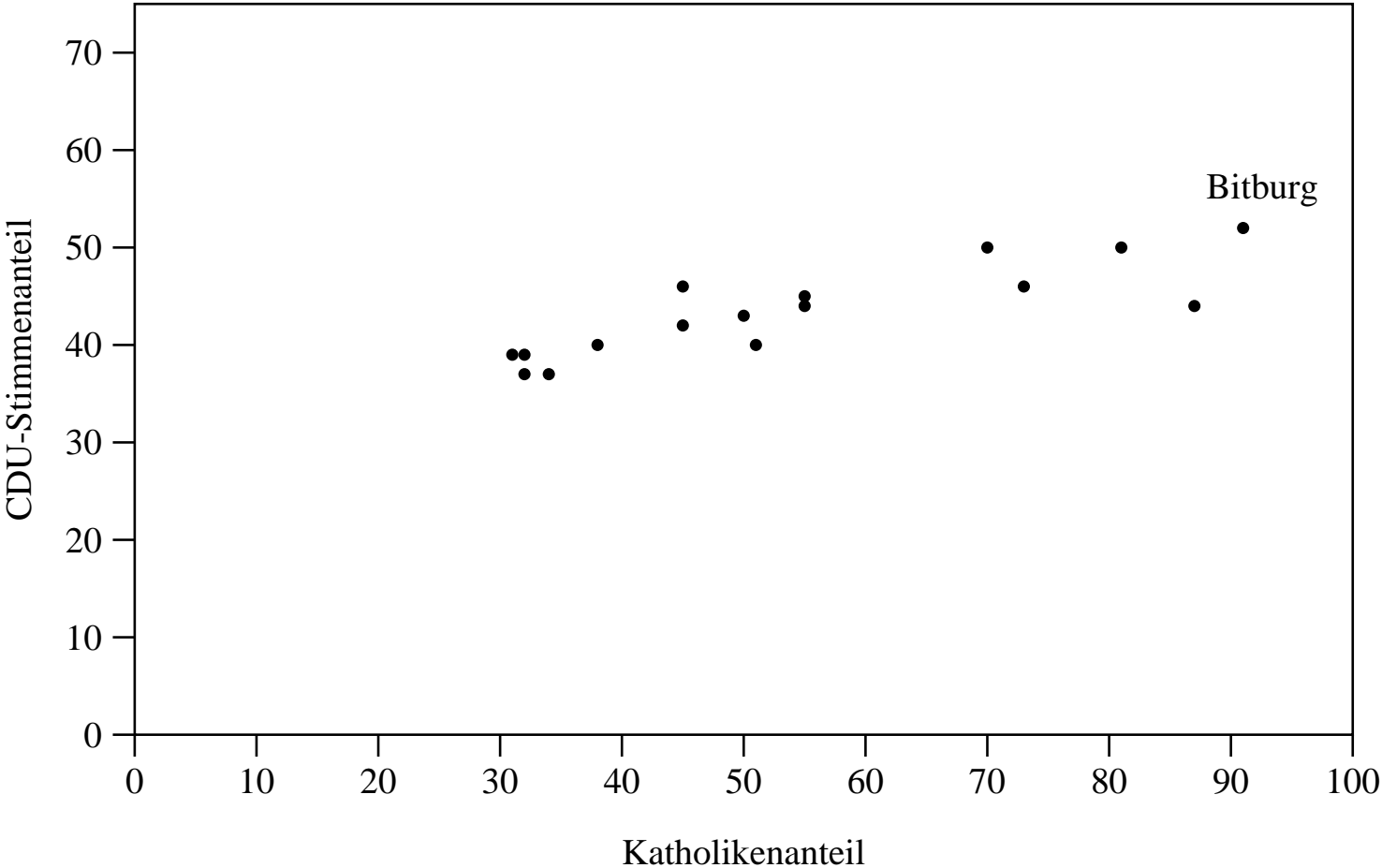


Abbildung 7.2: Stimmenanteil der CDU und Katholikenanteil mit den jeweiligen Mittelwerten

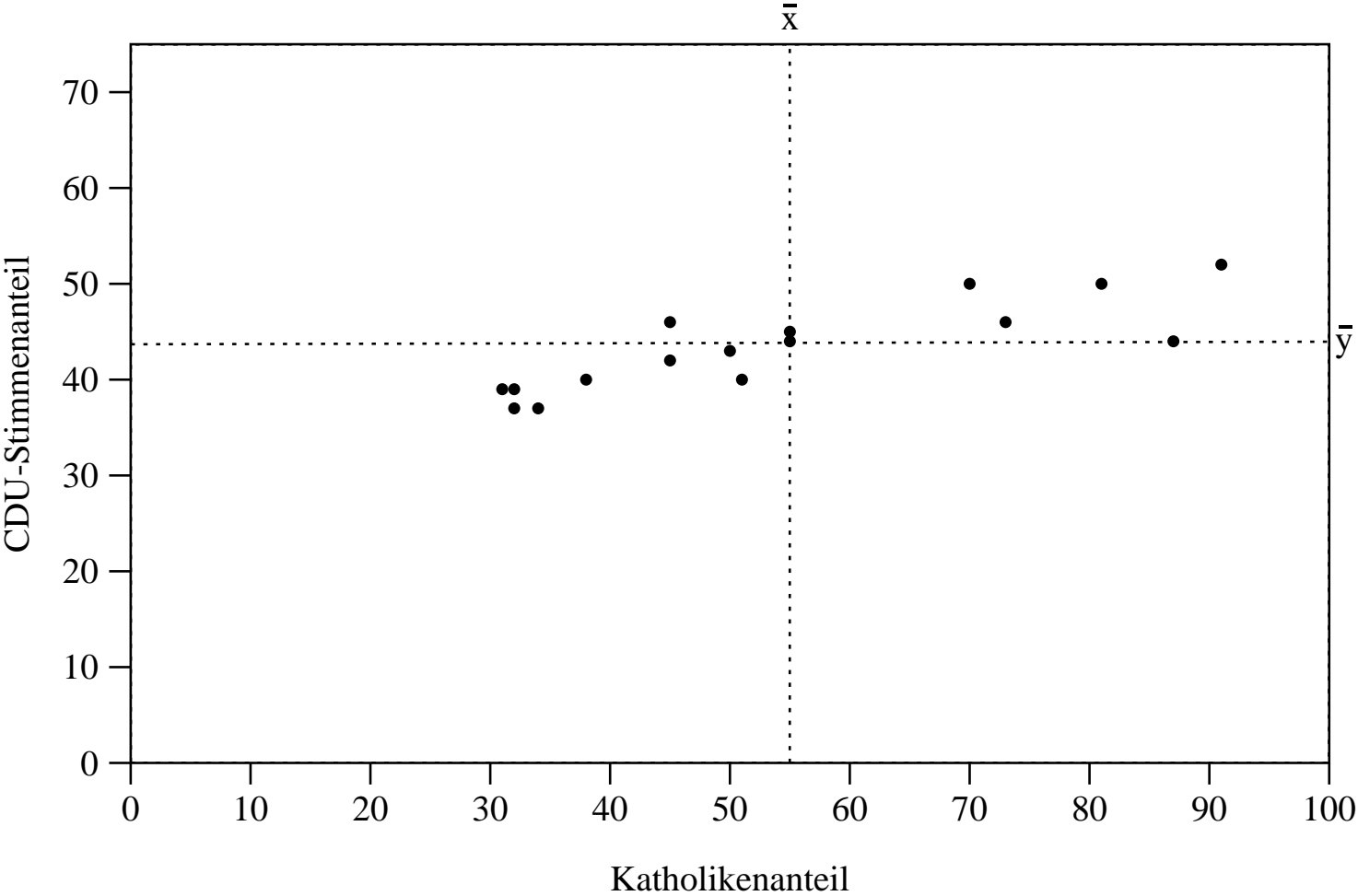
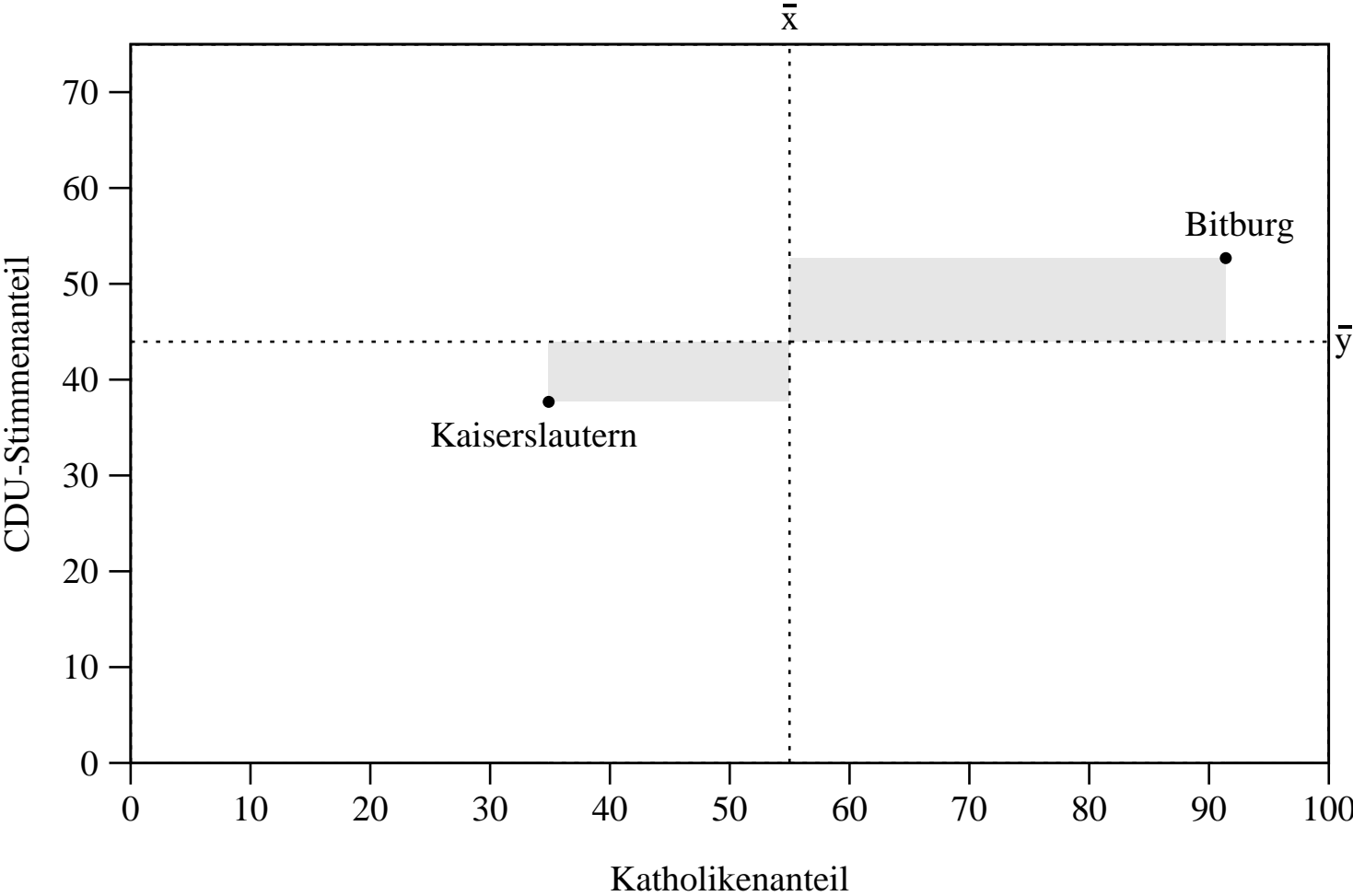


Abbildung 7.3: Stimmenanteil der CDU und Katholikenanteil mit den jeweiligen Mittelwerten in zwei Wahlkreisen



$$COV_{xy} = \frac{\text{SAP}}{\text{Anzahl der Meßwerte}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n} \quad (7.10)$$

$$r = \frac{COV_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{\frac{\text{SAP}}{n}}{\sqrt{\frac{\text{SAQ}_x}{n}} \cdot \sqrt{\frac{\text{SAQ}_y}{n}}} \quad (7.11)$$

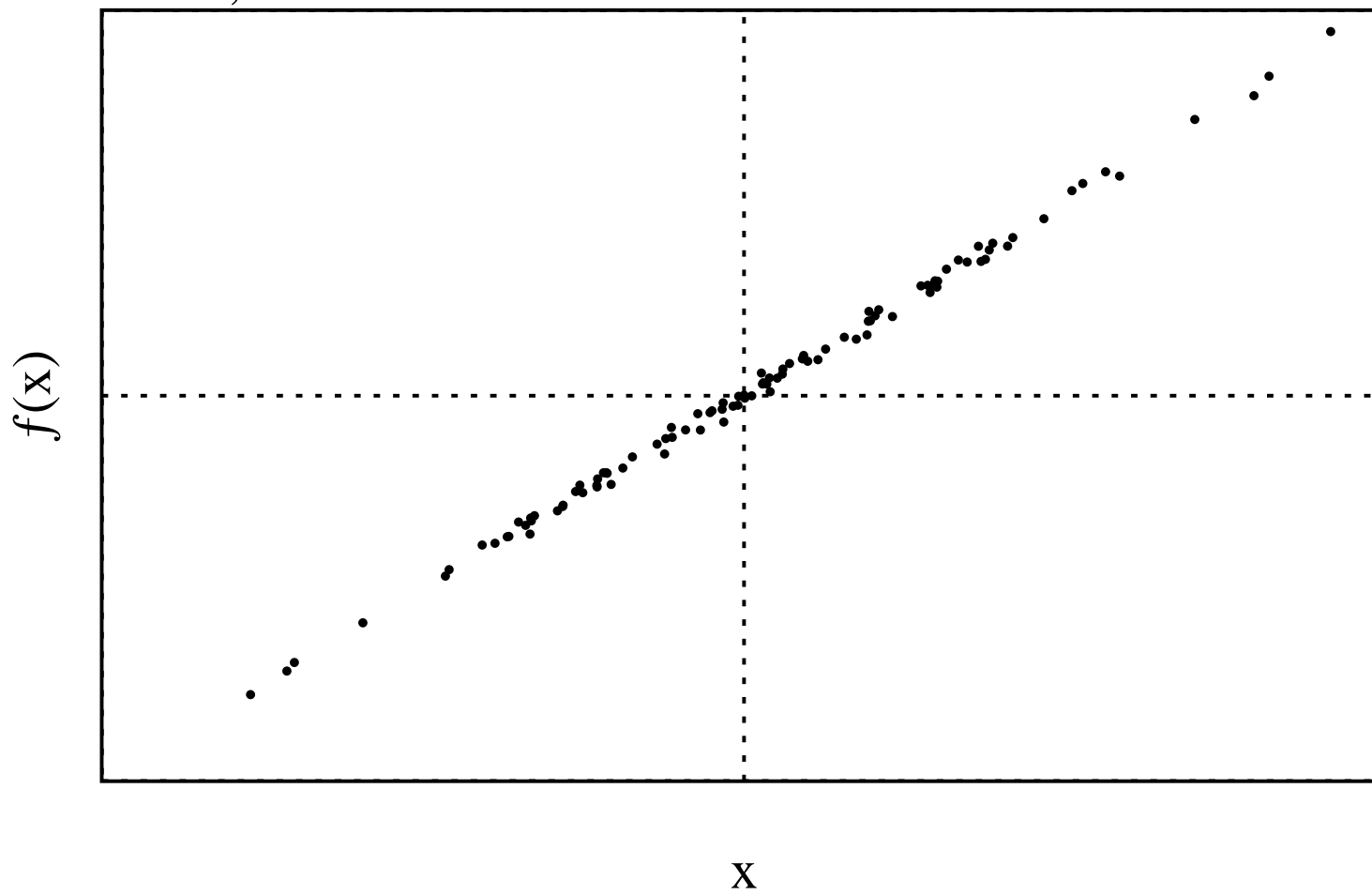
$$r = \frac{\text{SAP}}{\sqrt{\text{SAQ}_x \cdot \text{SAQ}_y}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (7.11)$$

$$r = \frac{\text{SAP}}{\sqrt{\text{SAQ}_x \cdot \text{SAQ}_y}} = \frac{1189,07}{\sqrt{6136,70 \cdot 315,96}} = 0,85$$

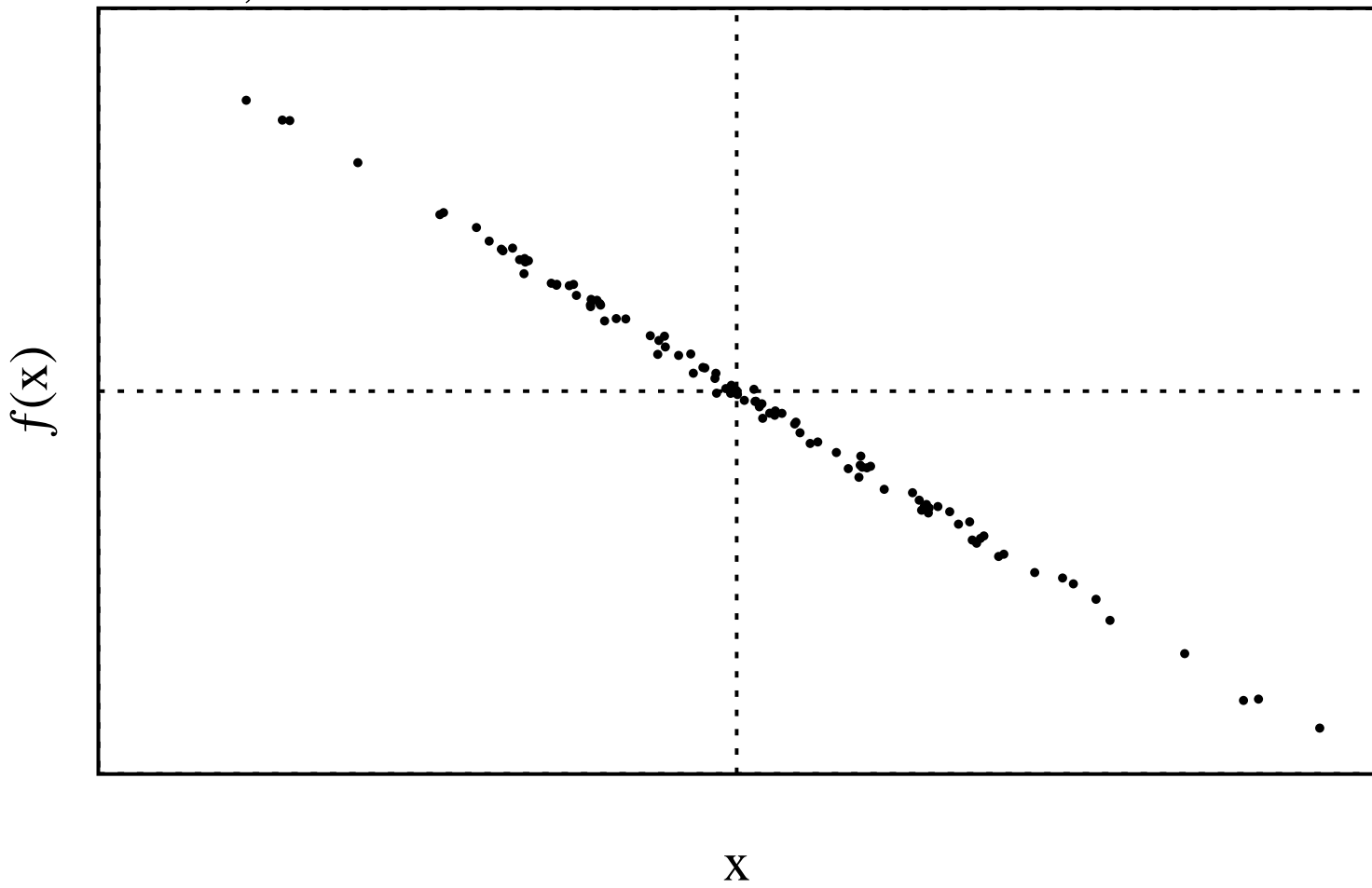
Tabelle 7.6: Berechnung des Korrelationskoeffizienten r

Wahlkreis	x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
Neuwied	55,55	44,21	0,56	0,25	0,14	0,31	0,06
Ahrweiler	81,99	50,13	27,00	6,17	166,59	729,00	38,07
Koblenz	73,14	46,60	18,15	2,64	47,92	329,42	6,97
Cochem	70,78	50,94	15,79	6,98	110,21	249,32	48,72
Bad Kreuznach	32,60	39,10	-22,39	-4,86	108,82	501,31	23,62
Bitburg	91,40	52,68	36,41	8,72	317,50	1325,69	76,04
Trier	87,97	44,82	32,98	0,86	28,36	1087,68	0,74
Montabaur	50,76	43,42	-4,23	-0,54	2,28	17,89	0,29
Mainz	51,36	40,86	-3,63	-3,10	11,25	13,17	9,61
Worms	32,81	37,99	-22,18	-5,97	132,41	491,95	35,64
Frankenthal	31,98	39,71	-23,01	-4,25	97,79	529,46	18,06
Ludwigshafen	38,01	40,86	-16,98	-3,10	52,64	288,32	9,61
Neustadt-Speyer	45,61	46,48	-9,38	2,52	-23,64	87,98	6,35
Kaiserslautern	34,89	37,68	-20,10	-6,28	126,23	404,01	39,44
Pirmasens	45,98	42,79	-9,01	-1,17	10,54	81,18	1,37
Südpfalz	55,07	45,09	0,08	1,13	0,09	0,01	1,28
	$\bar{x} =$ 54,99	$\bar{y} =$ 43,96			SAP = 1189,13	SAQ_x = 6136,70	SAQ_y = 315,87

$r = 0,999$



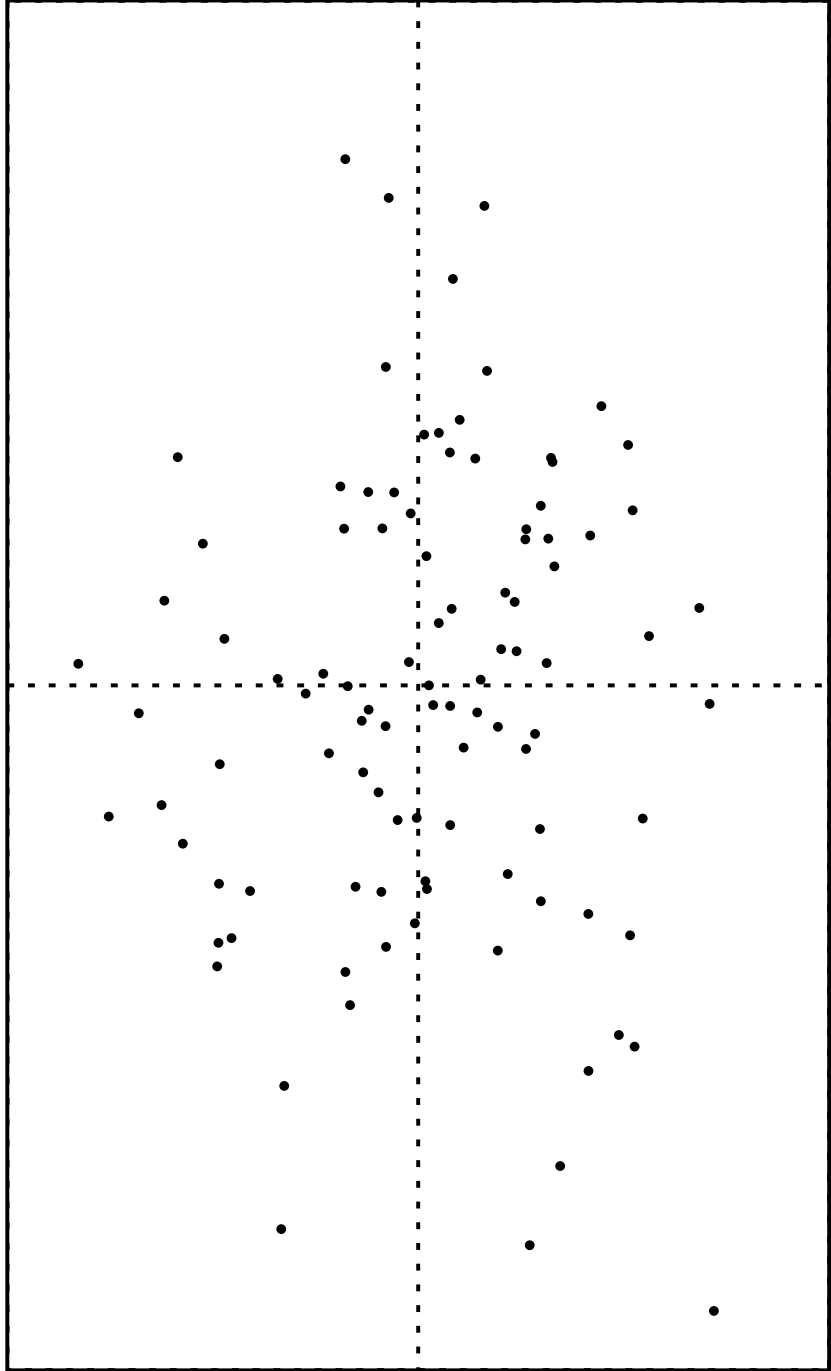
$r = -0,999$



$f(\mathbf{x})$

\mathbf{x}

$r=1$



$r = 0,65$

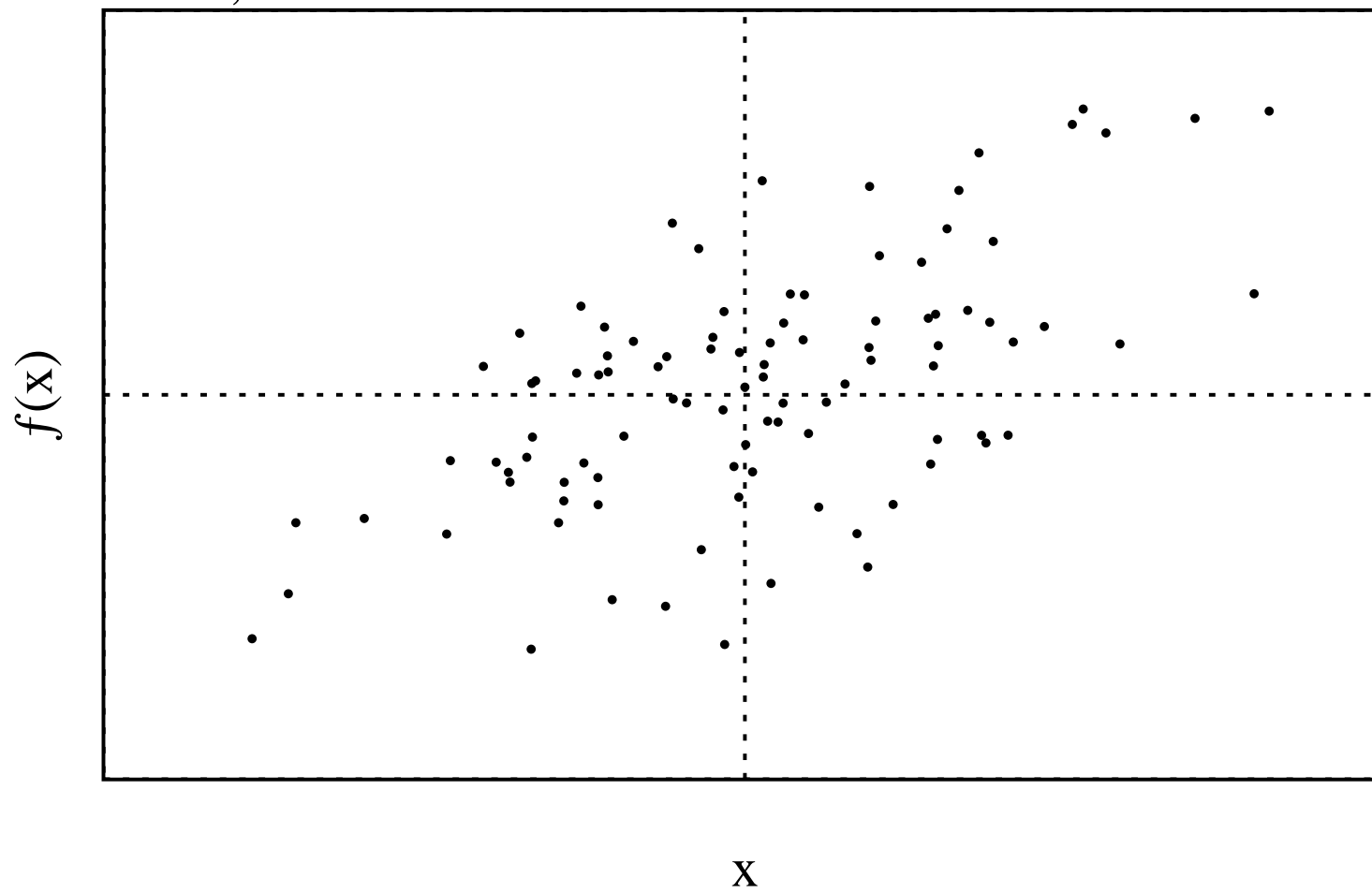
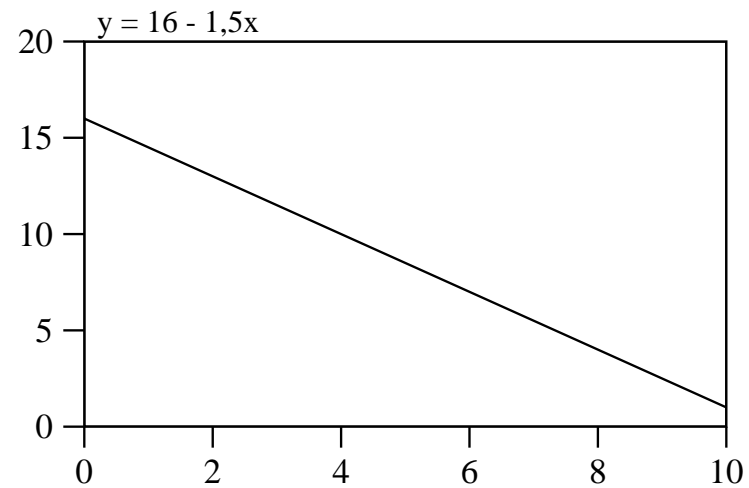
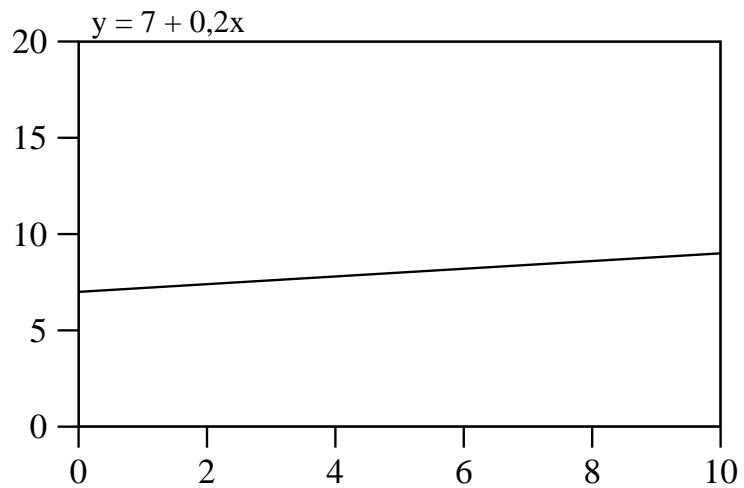
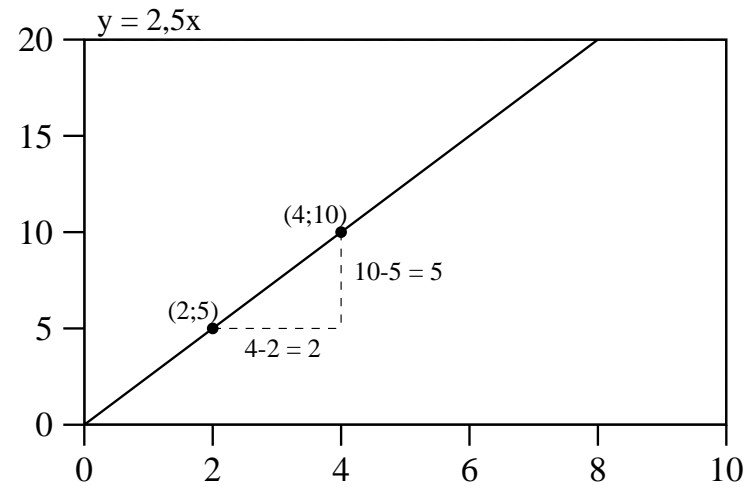
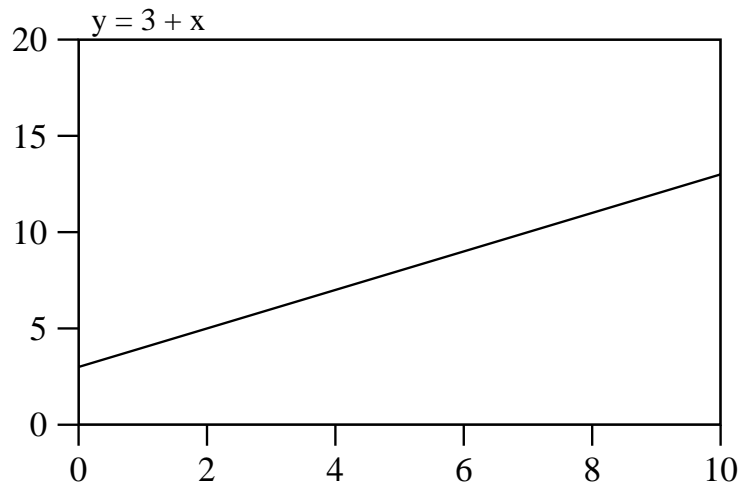


Abbildung 8.1: Verschiedene lineare Funktionen



$$b_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{SAP}}{\text{SAQ}_x} \quad (8.4)$$

$$b_{yx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\bar{y} - a_{yx}}{\bar{x} - 0} = \frac{\bar{y} - a_{yx}}{\bar{x}} \quad (8.5)$$

$$a_{yx} = \bar{y} - b_{yx} \cdot \bar{x} \quad (8.6)$$

$$b_{yx} = \frac{\text{SAP}}{\text{SAQ}_x} = \frac{1189,13}{6136,70} = 0,194$$

$$a_{yx} = \bar{y} - b_{yx} \cdot \bar{x} = 43,96 - 0,194 \cdot 54,99 = 33,29$$

$$y = 33,29 + 0,194 \cdot x$$

Abbildung 8.2: Regression des CDU-Stimmanteils auf den Katholikenanteil

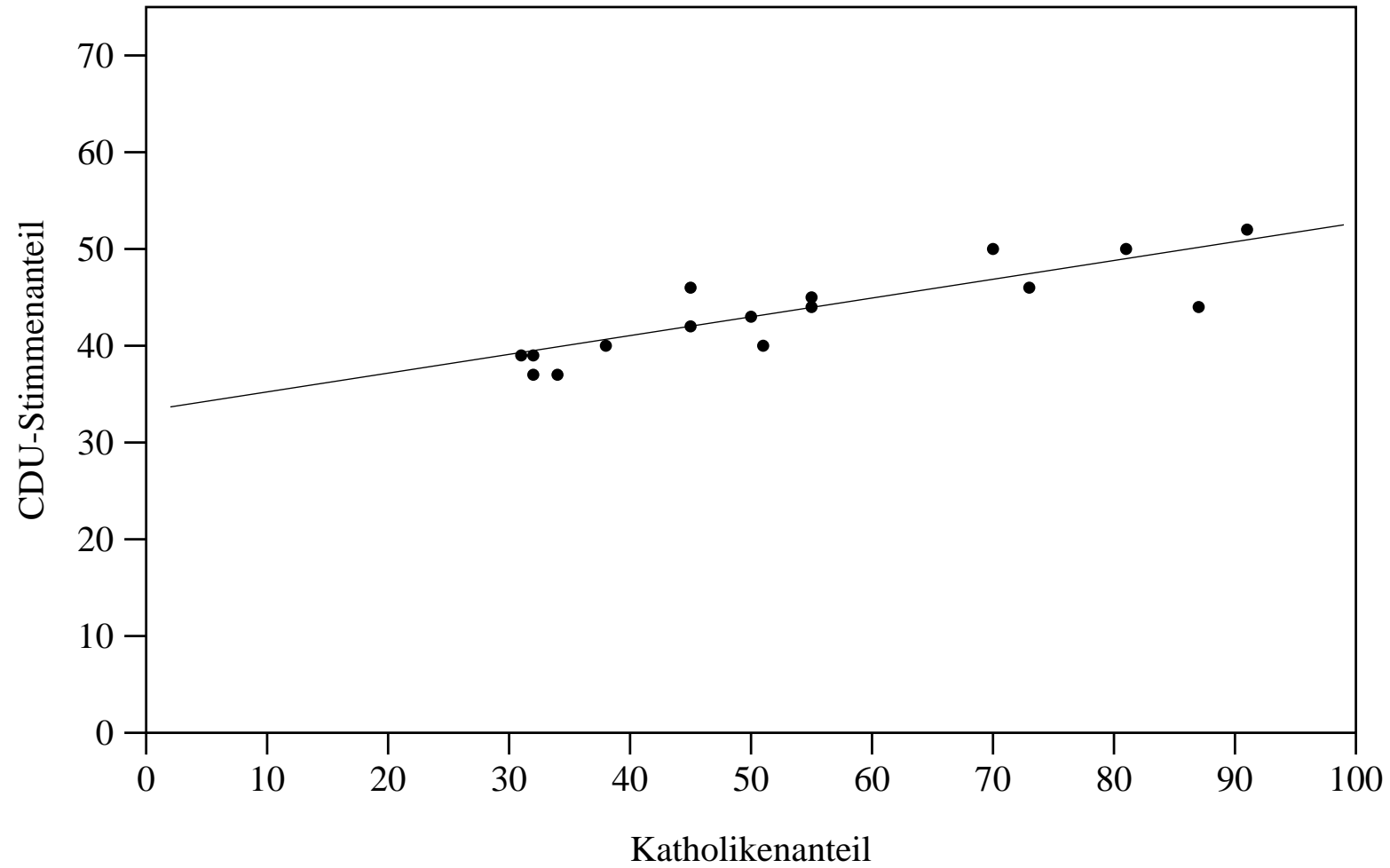
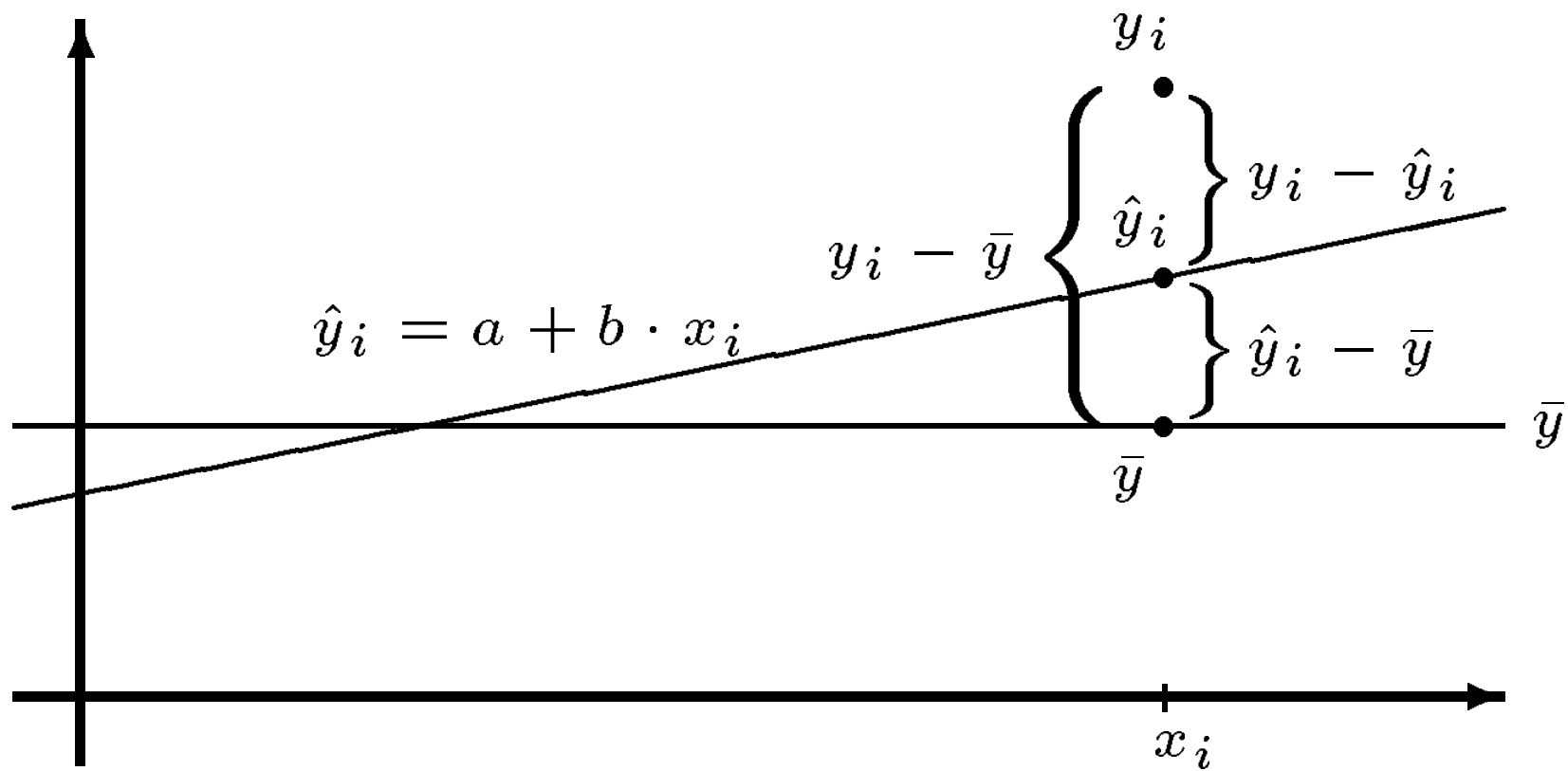


Abbildung 8.3: Varianzzerlegung im linearen Regressionsmodell



$$\underbrace{y_i - \bar{y}}_{\text{zu erklärende Abweichung}} = \underbrace{y_i - \hat{y}_i}_{\text{nicht erklärte Abweichung}} + \underbrace{\hat{y}_i - \bar{y}}_{\text{erklärte Abweichung}} \quad (8.7)$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}_{\text{Gesamt-SAQ}_y} = \underbrace{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}_{\text{Unerklärte-SAQ}_y} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{\text{Erklärte-SAQ}_y} \quad (8.8)$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\text{Erklärte SAQ}_y}{\text{Gesamt-SAQ}_y} \quad (8.9)$$

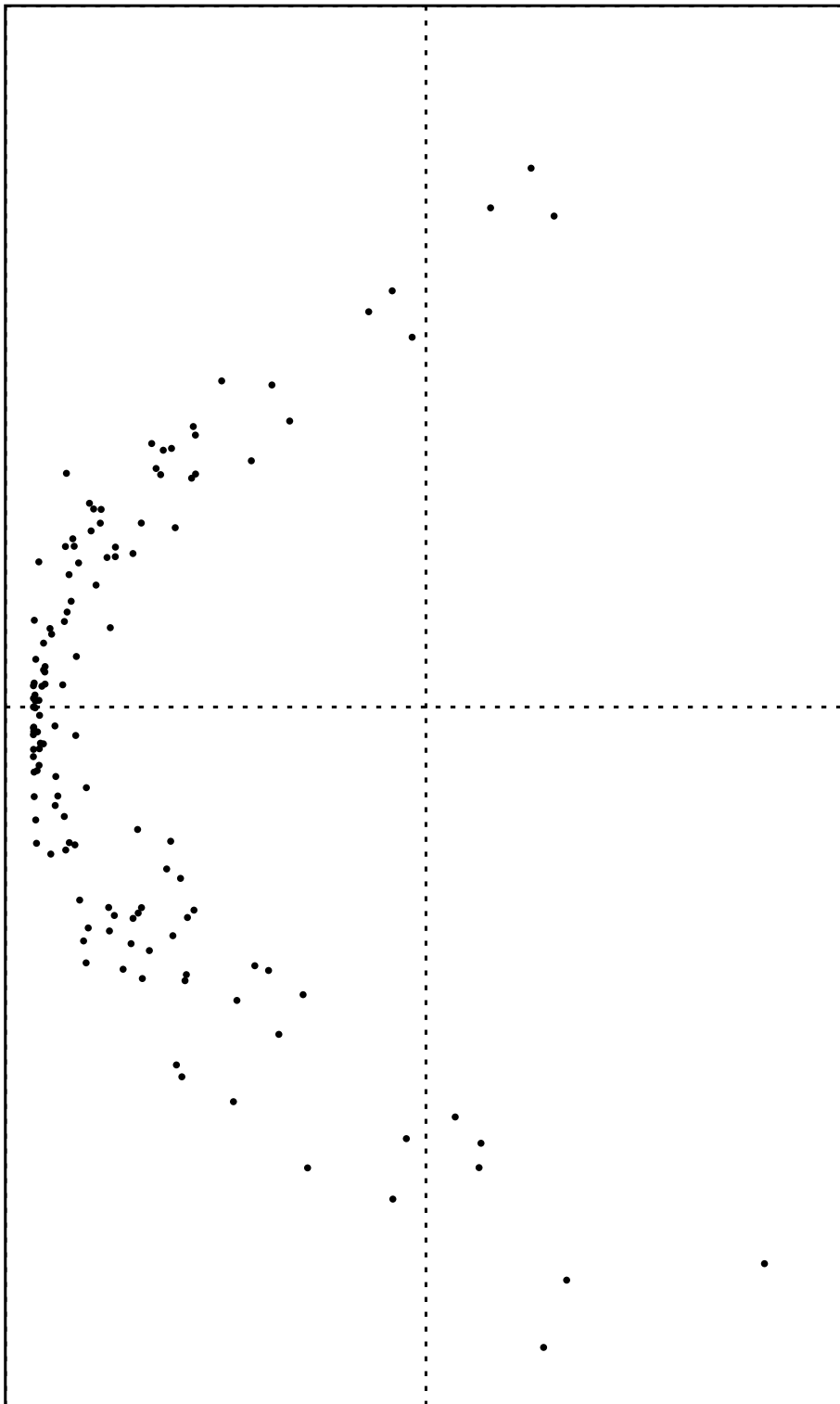
$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\text{Erklärte-SAQ}_y}{\text{Gesamt-SAQ}_y} = \frac{231,05}{315,87} = 0,73$$

Tabelle 8.1: Berechnung des Determinationskoeffizienten R^2

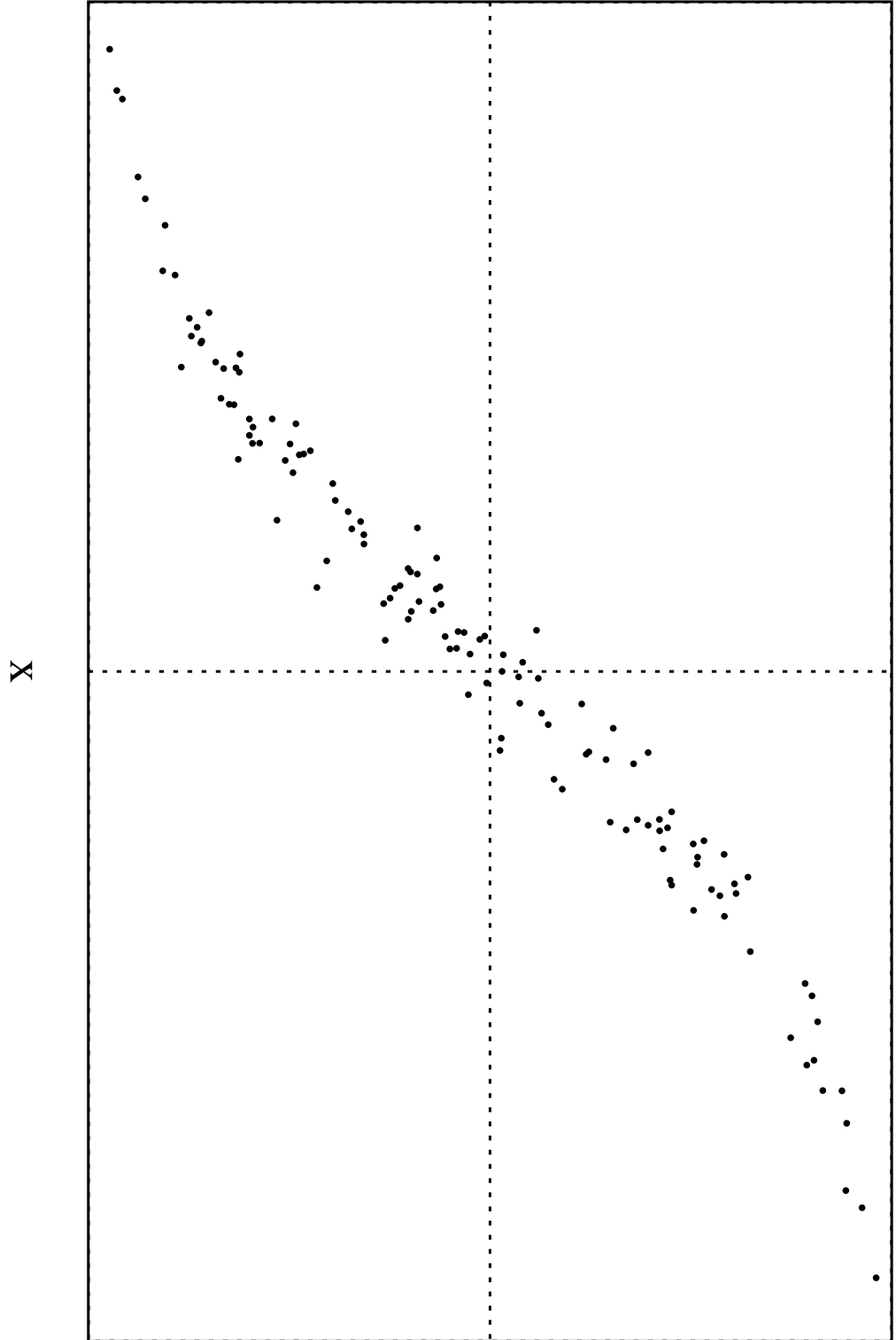
Wahlkreis	x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})^2$	\hat{y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$(\hat{y}_i - \bar{y})$	$(\hat{y}_i - \bar{y})^2$
Neuwied	55,55	44,21	0,25	0,06	44,07	0,14	0,02	0,11	0,01
Ahrweiler	81,99	50,13	6,17	38,07	49,20	0,93	0,86	5,24	27,46
Koblenz	73,14	46,60	2,64	6,97	47,48	-0,88	0,77	3,52	12,39
Cochem	70,78	50,94	6,98	48,72	47,02	3,92	15,37	3,06	9,36
Bad Kreuznach	32,60	39,10	-4,86	23,62	39,61	-0,51	0,26	-4,35	18,92
Bitburg	91,40	52,68	8,72	76,04	51,02	1,66	2,76	7,06	49,84
Trier	87,97	44,82	0,86	0,74	50,36	-5,54	30,69	6,40	40,96
Montabaur	50,76	43,42	-0,54	0,29	43,14	0,28	0,08	-0,82	0,67
Mainz	51,36	40,86	-3,10	9,61	43,25	-2,39	5,71	-0,71	0,50
Worms	32,81	37,99	-5,97	35,64	39,66	-1,67	2,79	-4,30	18,49
Frankenthal	31,98	39,71	-4,25	18,06	39,49	0,22	0,05	-4,47	19,98
Ludwigshafen	38,01	40,86	-3,10	9,61	40,66	0,20	0,04	-3,30	10,89
Neustadt-Speyer	45,61	46,48	2,52	6,35	42,14	4,34	18,84	-1,82	3,31
Kaiserslautern	34,89	37,68	-6,28	39,44	40,06	-2,38	5,66	-3,90	15,21
Pirmasens	45,98	42,79	-1,17	1,37	42,21	0,58	0,34	-1,75	3,06
Südpfalz	55,07	45,09	1,13	1,28	43,97	1,12	1,25	0,01	0,00
	$\bar{x} =$ 54,99	$\bar{y} =$ 43,96		SAQ_y = 315,87			U. SAQ_y = 85,49		E. SAQ_y = 231,05

$f(x)$

x



$f(x)$



$f(x)$

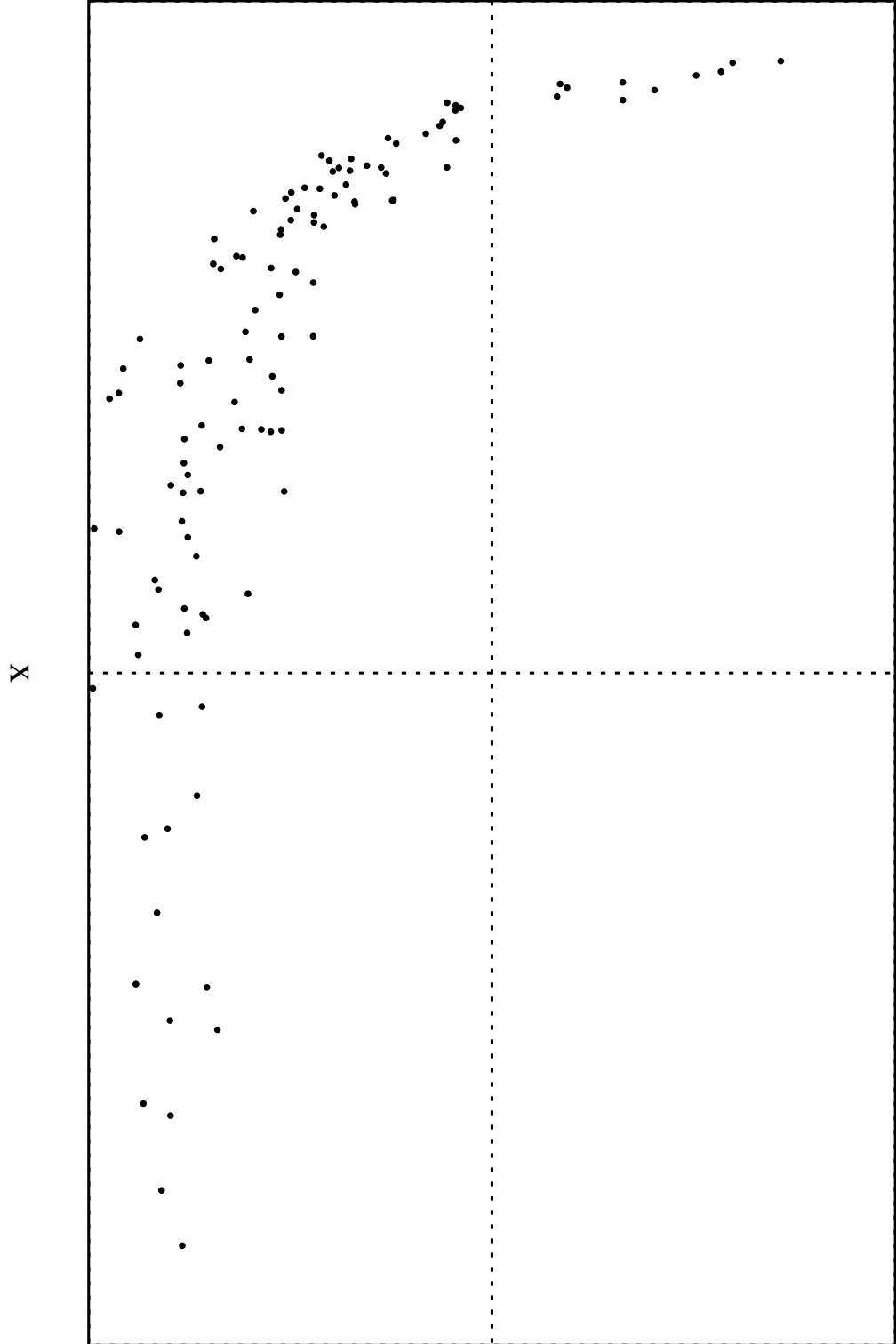


Tabelle 9.1: Umfrageergebnis und tatsächliches Ergebnis der BTW 1994

Partei	Forschungs- gruppe Wahlen	Amtliches Ergebnis
CDU/CSU	42,5%	41,5%
SPD	35,5%	36,4%
FDP	7,0%	6,9%
Bündnis 90/Grüne	8,0%	7,3%
PDS	3,5%	4,4%
REP	2,0%	1,9%
	1.250 (Befragte)	47.104.576 (Wähler)

Abbildung 9.1: Auswahlgesamtheit und Grundgesamtheit

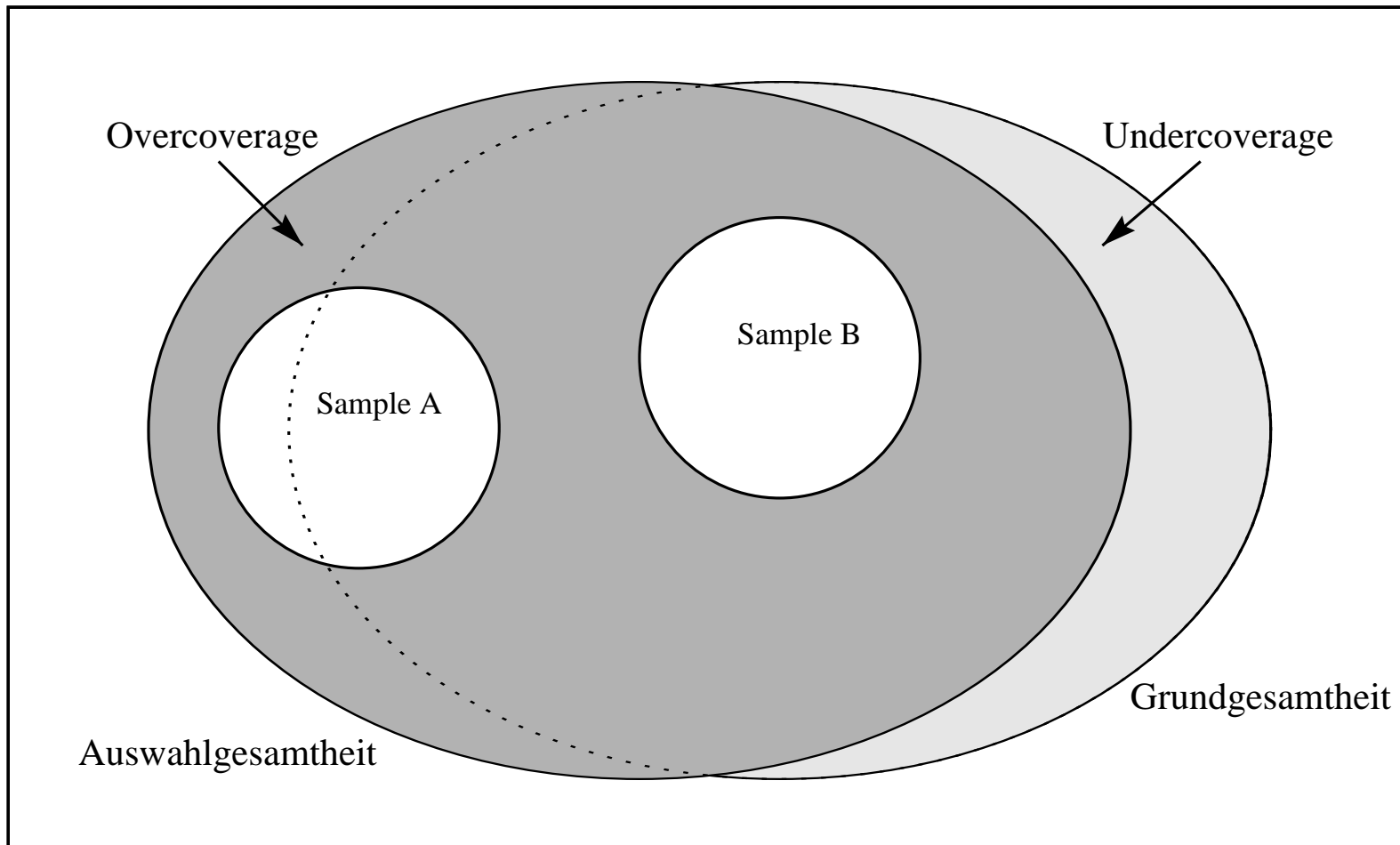


Tabelle 9.2: Ausschöpfung beim ALLBUS 1994

		West		Ost	
		n	%	n	%
Ursprüngliche Bruttostichprobe		4440	100	2040	100
Zusätzlich eingesetzte Adressen als Ersatz für stichprobenneutrale Ausfälle	+	407	9,2	134	6,6
Bruttostichprobe	=	4847	100	2174	100
Stichprobenneutrale Ausfälle insgesamt	–	445	9,2	167	7,7
– Adresse falsch, existiert nicht (mehr)		112	2,3	40	1,8
– ZP verstorben		24	0,5	11	0,5
– ZP verzogen		258	5,3	88	4,0
– ZP lebt in Anstalt		37	0,8	13	0,6
– ZP zu jung		14	0,3	15	0,7
Bereinigte Bruttostichprobe	=	4402	100	2007	100
Systematische Ausfälle insgesamt	–	2060	46,8	899	44,8
– Im Haushalt niemand angetroffen		74	1,7	30	1,5
– ZP nicht angetroffen		49	1,1	38	1,9
– ZP nicht befragungsfähig		125	2,8	88	4,4
– ZP aus Zeitgründen nicht zum Interview bereit		100	2,3	46	2,3
– ZP generell nicht zum Interview bereit		1563	35,5	673	33,5
– ZP spricht nicht hinreichend genug Deutsch		99	2,2	4	0,2
– Interview nicht korrekt durchgeführt		50	1,1	20	1,0
Auswertbare Interviews	=	2342	53,2	1108	55,2

Tabelle 9.3: Auswahlwahrscheinlichkeit beim PPS-Design

	Schule A	Schule B
1. Stufe	$25 \times 189/9700 = \mathbf{0,487}$	$25 \times 49/9700 = \mathbf{0,126}$
2. Stufe	$20/189 = \mathbf{0,106}$	$20/49 = \mathbf{0,408}$
Insgesamt	$0,487 \times 0,106 = \mathbf{0,052}$	$0,126 \times 0,408 = \mathbf{0,052}$

Tabelle 10.1: Simulation des Werfens eines Würfels

		Anzahl der Würfe						
A	$p(A)$	10	50	100	1000	10000	100000	1000000
1	$0,1\bar{6}$	0,2000	0,1400	0,1800	0,1780	0,1674	0,1668	0,1666
2	$0,1\bar{6}$	0,2000	0,1600	0,1500	0,1670	0,1676	0,1651	0,1666
3	$0,1\bar{6}$	0,2000	0,2200	0,1900	0,1530	0,1637	0,1673	0,1660
4	$0,1\bar{6}$	0,0000	0,1800	0,1600	0,1590	0,1680	0,1672	0,1669
5	$0,1\bar{6}$	0,1000	0,1000	0,1300	0,1540	0,1656	0,1683	0,1673
6	$0,1\bar{6}$	0,3000	0,2000	0,1900	0,1890	0,1677	0,1652	0,1666

Abbildung 10.1: Simulation des Werfens eines Würfels

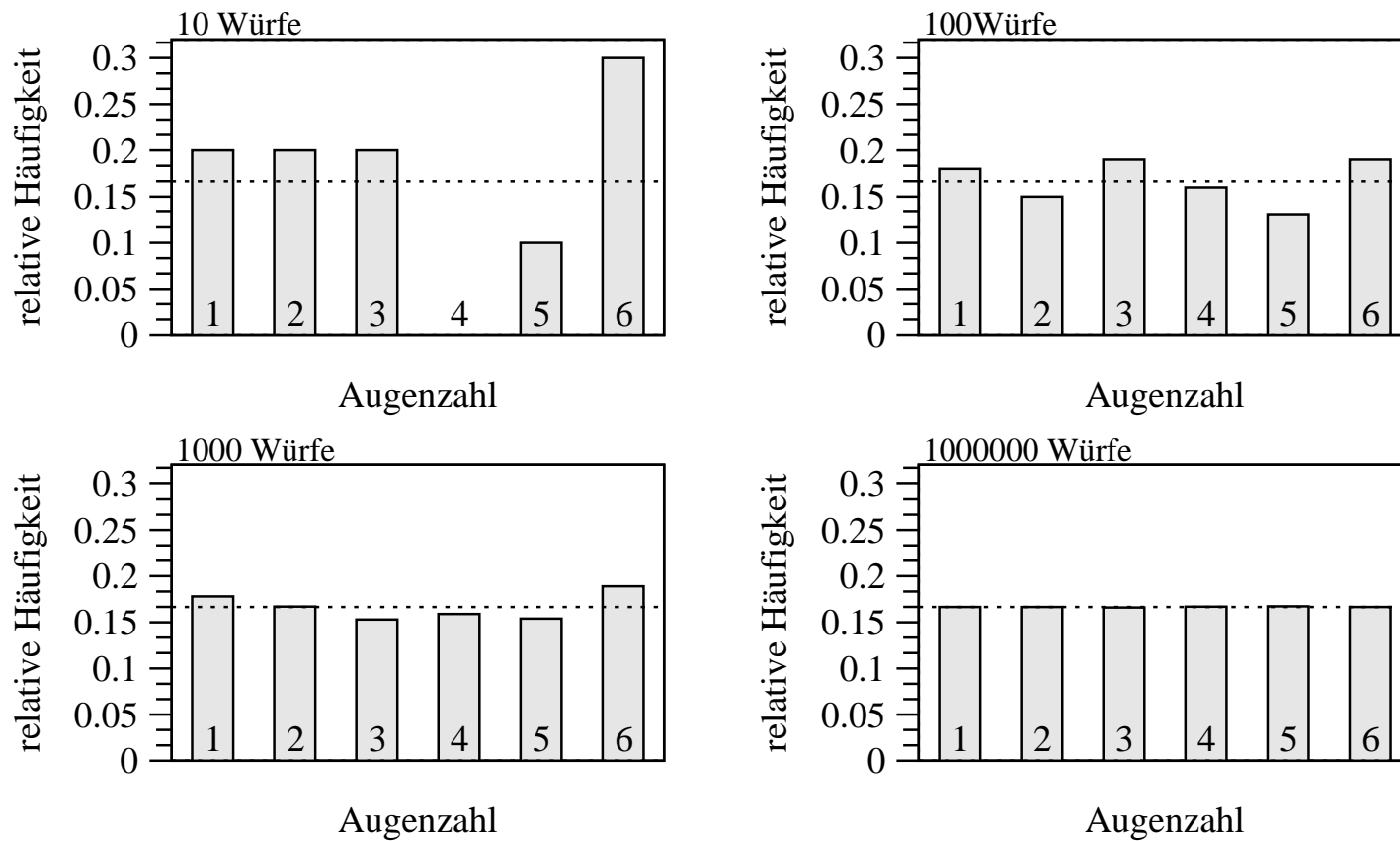


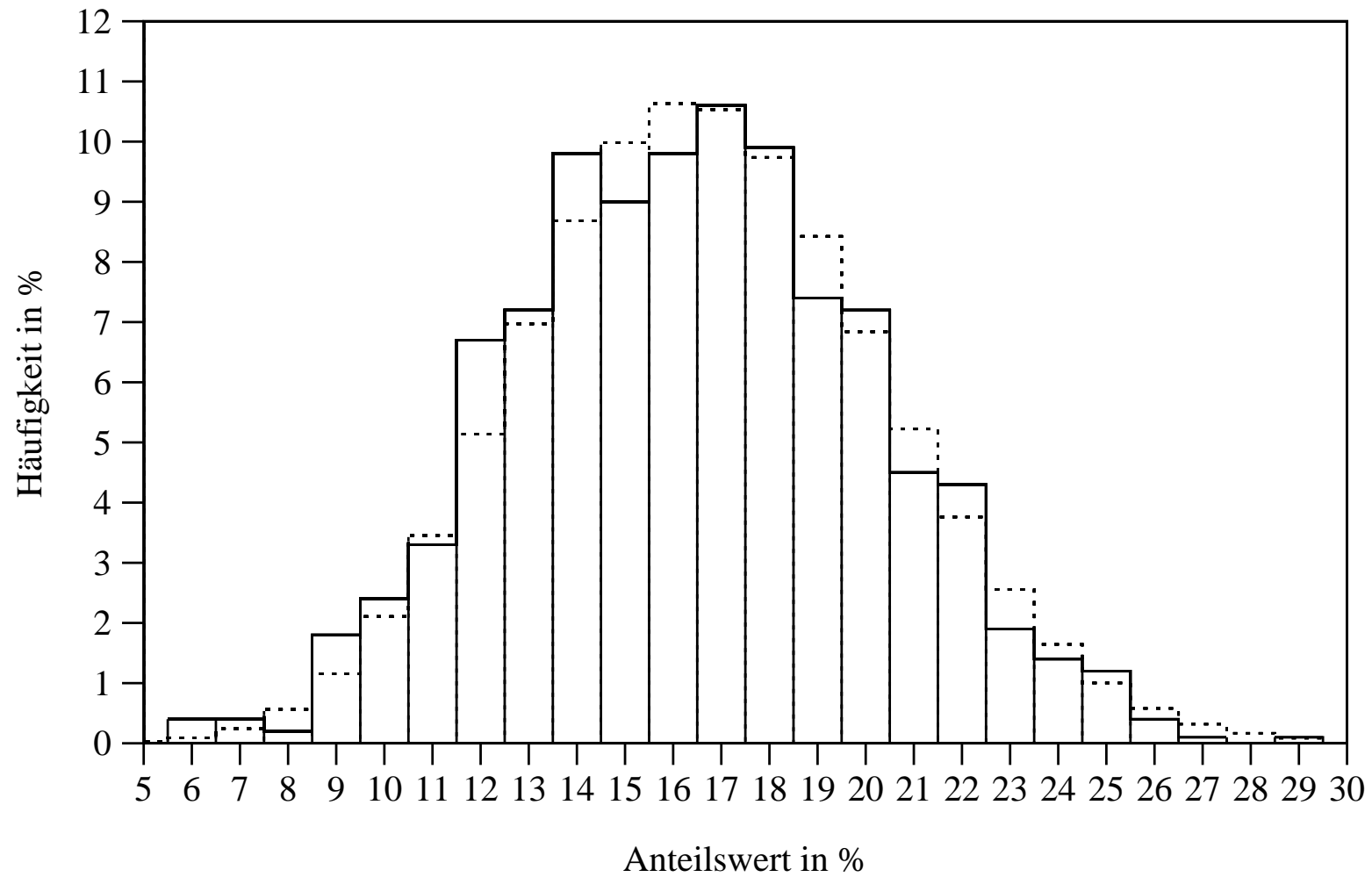
Tabelle 10.2: Anteilswerte der Zahl 6 bei 100 Würfeln und 10 Wiederholungen

Versuch Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anteil in %	20	19	20	20	20	15	17	13	13	18

Tabelle 10.3: Anteilswerte der Zahl 6 bei 100 Würfeln und
1.000 Wiederholungen

Anteil	Häufigkeit		kum. Häufigkeit	
	absolut	in %	absolut	in %
6%	4	0,4	4	0,4
7%	4	0,4	8	0,8
8%	2	0,2	10	1,0
9%	18	1,8	28	2,8
10%	24	2,4	52	5,2
11%	33	3,3	85	8,5
12%	67	6,7	152	15,2
13%	72	7,2	224	22,4
14%	98	9,8	322	32,2
15%	90	9,0	412	41,2
16%	98	9,8	510	51,0
17%	106	10,6	616	61,6
18%	99	9,9	715	71,5
19%	74	7,4	789	78,9
20%	72	7,2	861	86,1
21%	45	4,5	906	90,6
22%	43	4,3	949	94,9
23%	19	1,9	968	96,8
24%	14	1,4	982	98,2
25%	12	1,2	994	99,4
26%	4	0,4	998	99,8
27%	1	0,1	999	99,9
29%	1	0,1	1000	100,0

Abbildung 10.2: Anteilswerte der Zahl 6 bei 100 Würfeln und 1.000 Wiederholungen



$$f_B(x|n; p) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}, \quad \text{für } x = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (10.1)$$

$$\begin{aligned} f_B(20|100; 0,1\bar{6}) &= \binom{100}{20} \cdot 0,1\bar{6}^{20} \cdot (1 - 0,1\bar{6})^{100-20} \\ &= \frac{100!}{20! \cdot (100 - 20)!} \cdot 2,735 \cdot 10^{-16} \cdot 4,629 \cdot 10^{-7} \\ &= 5,359833704038 \cdot 10^{20} \cdot 1,266 \cdot 10^{-22} \\ &= 0,0679 \end{aligned}$$

$$E(X) = n \cdot p \tag{10.2}$$

$$Var(X) = n \cdot p \cdot q; \quad q = 1 - p \tag{10.3}$$

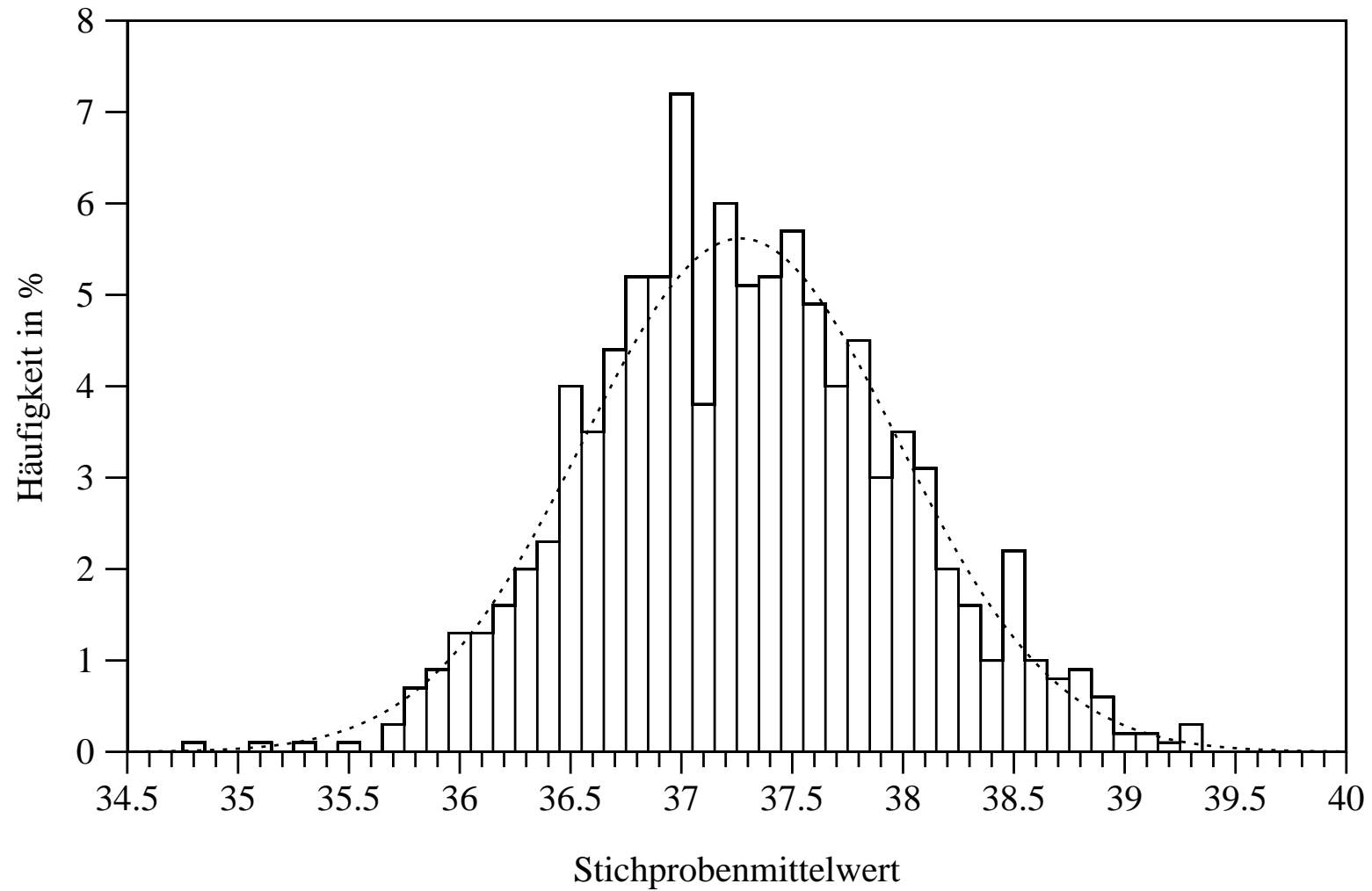
$$\begin{aligned} E(X) &= n \cdot p \\ &= 100 \cdot 0,1\bar{6} \\ &= 16,\bar{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(X) &= n \cdot p \cdot q \\ &= 100 \cdot 0,1\bar{6} \cdot 0,8\bar{3} \\ &= 13,\bar{8} \end{aligned}$$

Tabelle 10.4: Altersdurchschnitte bei 1.000 Stichproben
der Größe 1.000

Intervallmitte	Häufigkeit		kum. Häufigkeit	
	absolut	in %	absolut	in %
34,8	1	0,10	1	0,10
35,1	1	0,10	2	0,20
35,3	1	0,10	3	0,30
35,5	1	0,10	4	0,40
35,7	3	0,30	7	0,70
35,8	7	0,70	14	1,40
35,9	9	0,90	23	2,30
36,0	13	1,30	36	3,60
36,1	13	1,30	49	4,90
36,2	16	1,60	65	6,50
36,3	20	2,00	85	8,50
36,4	23	2,30	108	10,80
36,5	40	4,00	148	14,80
36,6	35	3,50	183	18,30
36,7	44	4,40	227	22,70
36,8	52	5,20	279	27,90
36,9	52	5,20	331	33,10
37,0	72	7,20	403	40,30
37,1	38	3,80	441	44,10
37,2	60	6,00	501	50,10
37,3	51	5,10	552	55,20
37,4	52	5,20	604	60,40
37,5	57	5,70	661	66,10
37,6	49	4,90	710	71,00
37,7	40	4,00	750	75,00
37,8	45	4,50	795	79,50
37,9	30	3,00	825	82,50
38,0	35	3,50	860	86,00
38,1	31	3,10	891	89,10
38,2	20	2,00	911	91,10
38,3	16	1,60	927	92,70
38,4	10	1,00	937	93,70
38,5	22	2,20	959	95,90
38,6	10	1,00	969	96,90
38,7	8	0,80	977	97,70
38,8	9	0,90	986	98,60
38,9	6	0,60	992	99,20
39,0	2	0,20	994	99,40
39,1	2	0,20	996	99,60
39,2	1	0,10	997	99,70
39,3	3	0,30	1000	100,00

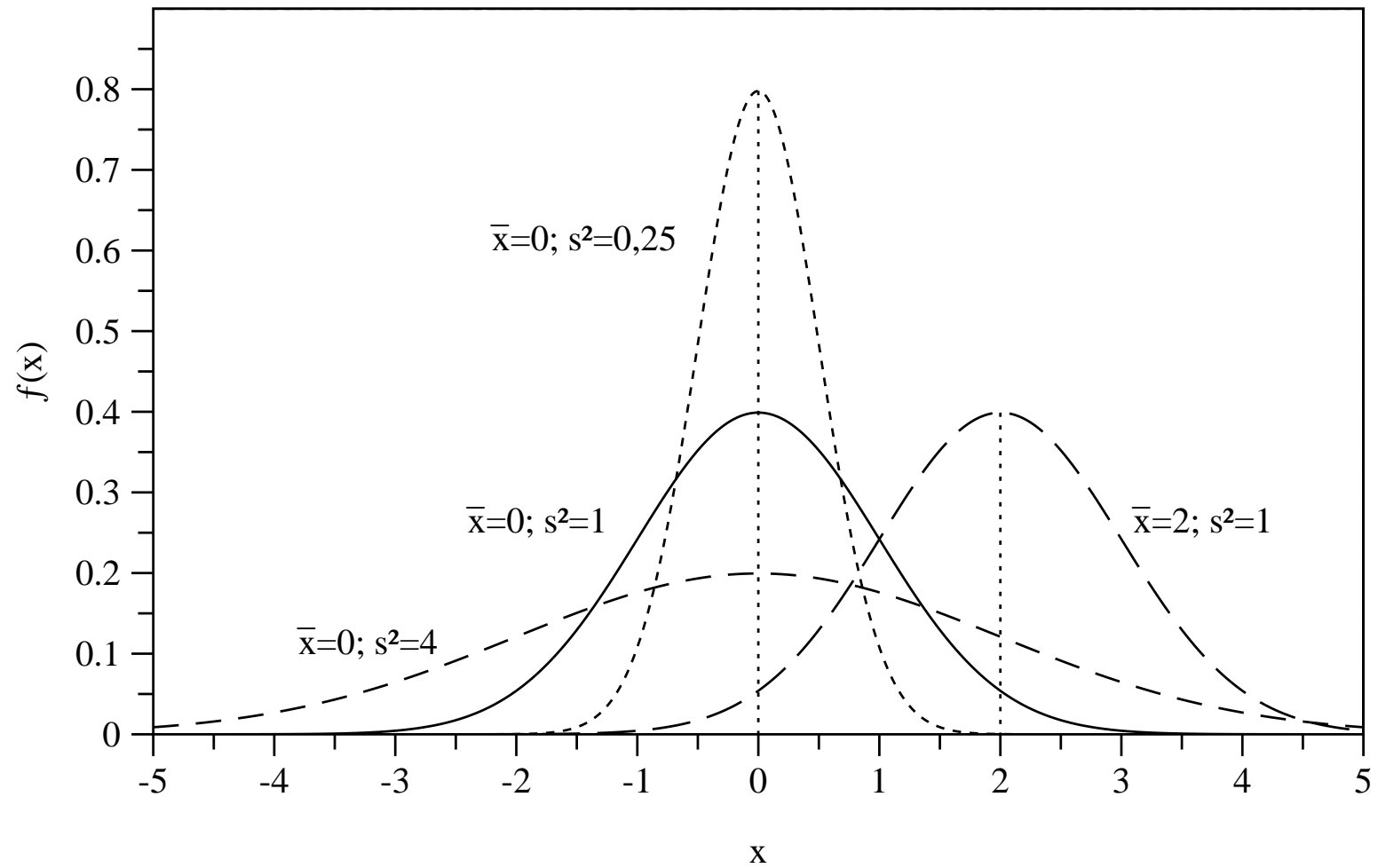
Abbildung 10.3: Altersdurchschnitte bei 1.000 Stichproben der Größe 1.000



$$f_N(x|\bar{x}; s^2) = \frac{1}{s \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{s}\right)^2} \quad (10.4)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (10.5)$$

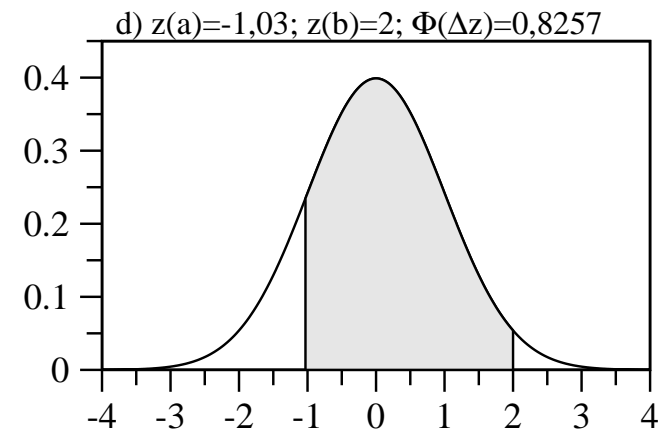
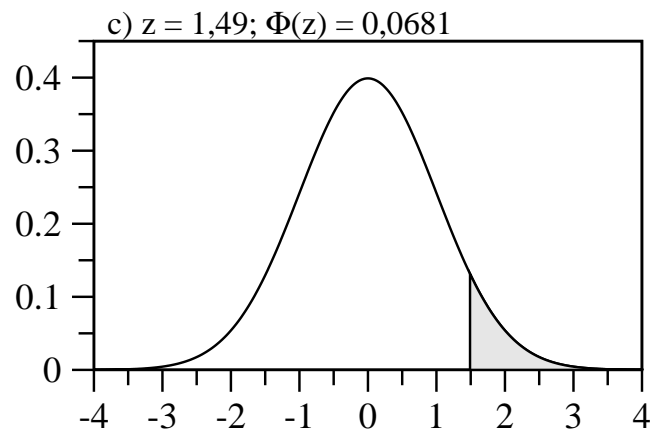
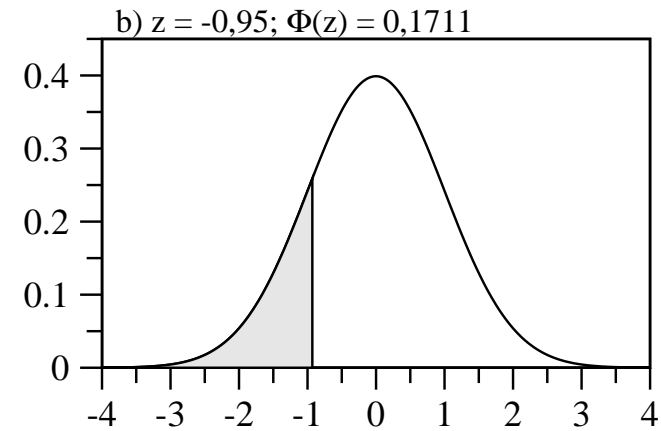
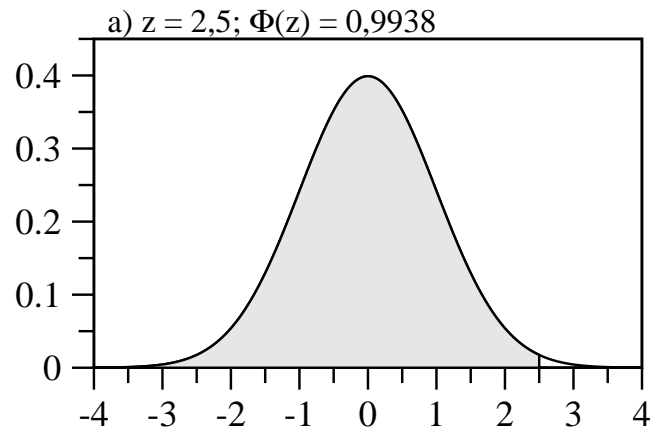
Abbildung 10.4: Normalverteilungen mit verschiedenen Parametern \bar{x} und s^2



$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s} \tag{10.6}$$

$$x_i = \bar{x} + z \cdot s \tag{10.7}$$

Abbildung 10.5: Flächen unter der Standardnormalverteilung



1. Zwischen -1 und $+1$ liegen 68,27% der Fläche bzw. der z-Werte.
2. Zwischen -2 und $+2$ liegen 95,45% der Fläche bzw. der z-Werte.
3. Zwischen -3 und $+3$ liegen 99,73% der Fläche bzw. der z-Werte.

1. Zwischen $\bar{x} - 1 \cdot s$ und $\bar{x} + 1 \cdot s$ liegen 68,27% der Fläche.
2. Zwischen $\bar{x} - 2 \cdot s$ und $\bar{x} + 2 \cdot s$ liegen 95,45% der Fläche.
3. Zwischen $\bar{x} - 3 \cdot s$ und $\bar{x} + 3 \cdot s$ liegen 99,73% der Fläche.

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (10.8)$$

$$f_N(\bar{x}|\mu; \sigma_{\bar{x}}^2) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}} \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}}\right)^2} \quad (10.9)$$

$$\begin{aligned} f_N(37,2|37,268; 0,71025^2) &= \frac{1}{0,71025 \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{37,2-37,268}{0,71025}\right)^2} \\ &= 0,5617 \cdot e^{-0,00458} \\ &= 0,5591 \end{aligned}$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} \tag{10.10}$$

$$\bar{x} = \mu + z \cdot \sigma_{\bar{x}} \tag{10.11}$$

1. Zwischen $\mu - 1 \cdot \sigma_{\bar{x}}$ und $\mu + 1 \cdot \sigma_{\bar{x}}$ liegen 68,27% der Stichprobenmittelwerte.
2. Zwischen $\mu - 2 \cdot \sigma_{\bar{x}}$ und $\mu + 2 \cdot \sigma_{\bar{x}}$ liegen 95,45% der Stichprobenmittelwerte.
3. Zwischen $\mu - 3 \cdot \sigma_{\bar{x}}$ und $\mu + 3 \cdot \sigma_{\bar{x}}$ liegen 99,73% der Stichprobenmittelwerte.

Abbildung 11.1: 95%-Wahrscheinlichkeitsintervall einer *Standardnormalverteilung*

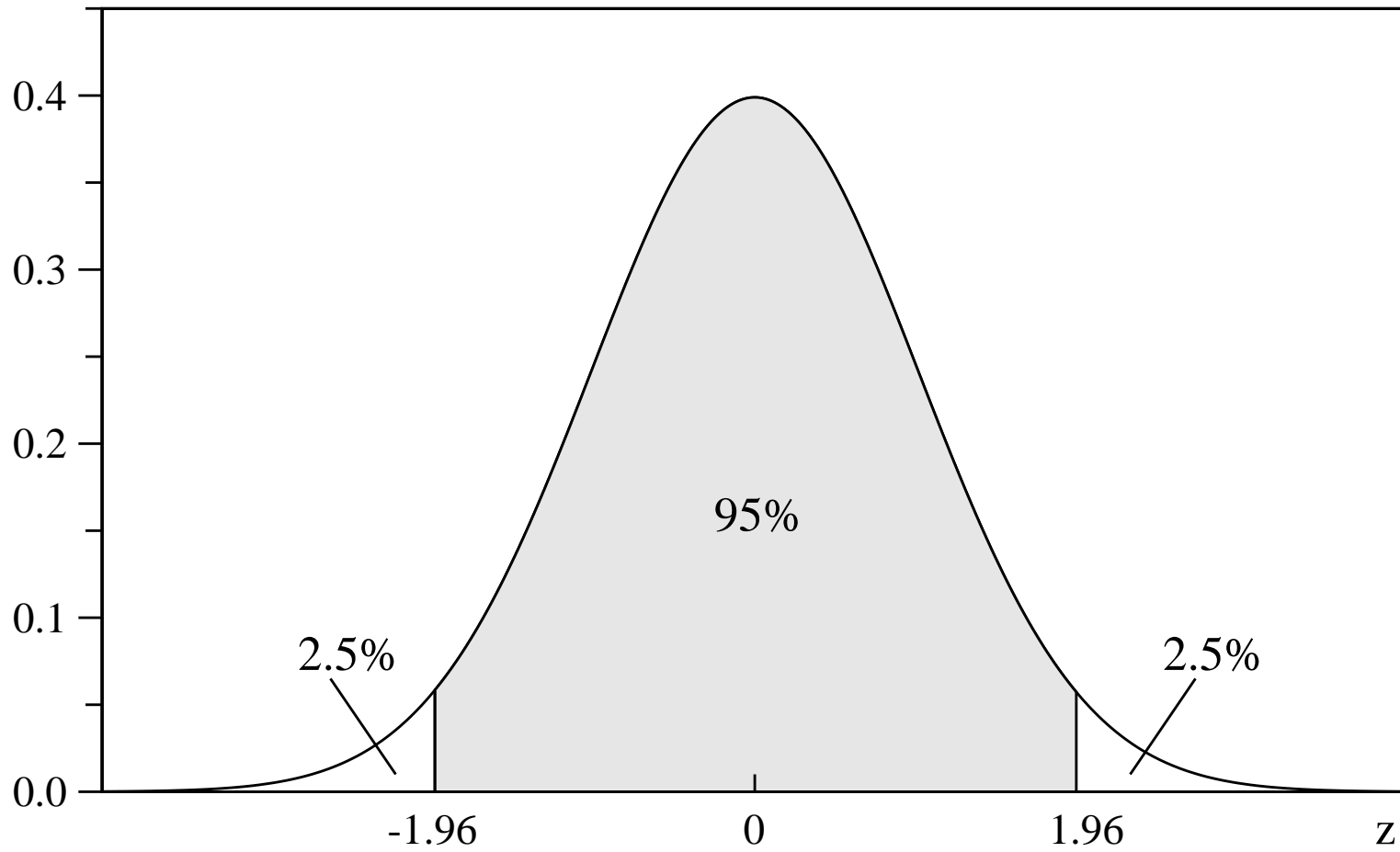


Abbildung 11.2: Wahrscheinlichkeitsintervall einer *Standardnormalverteilung*

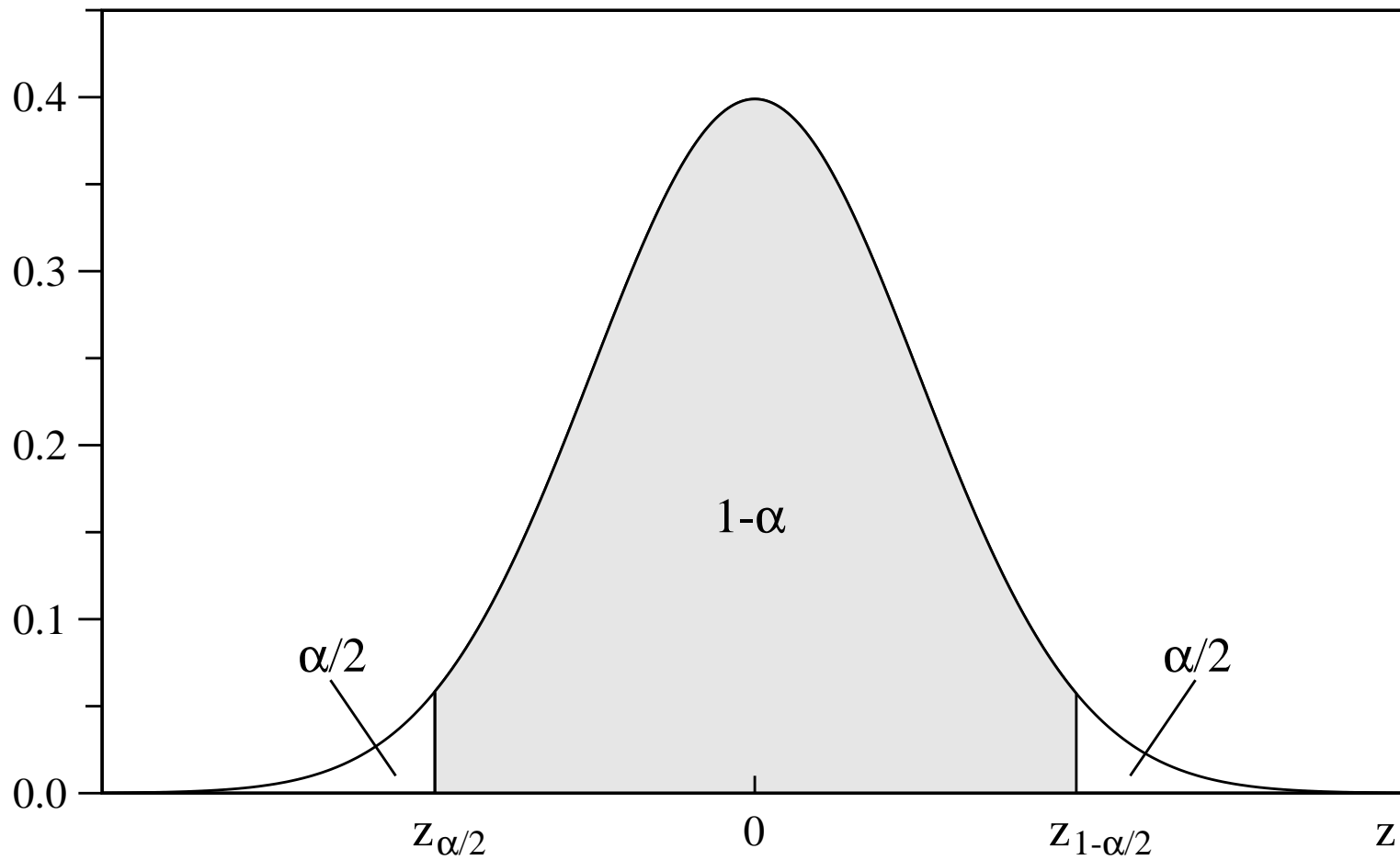
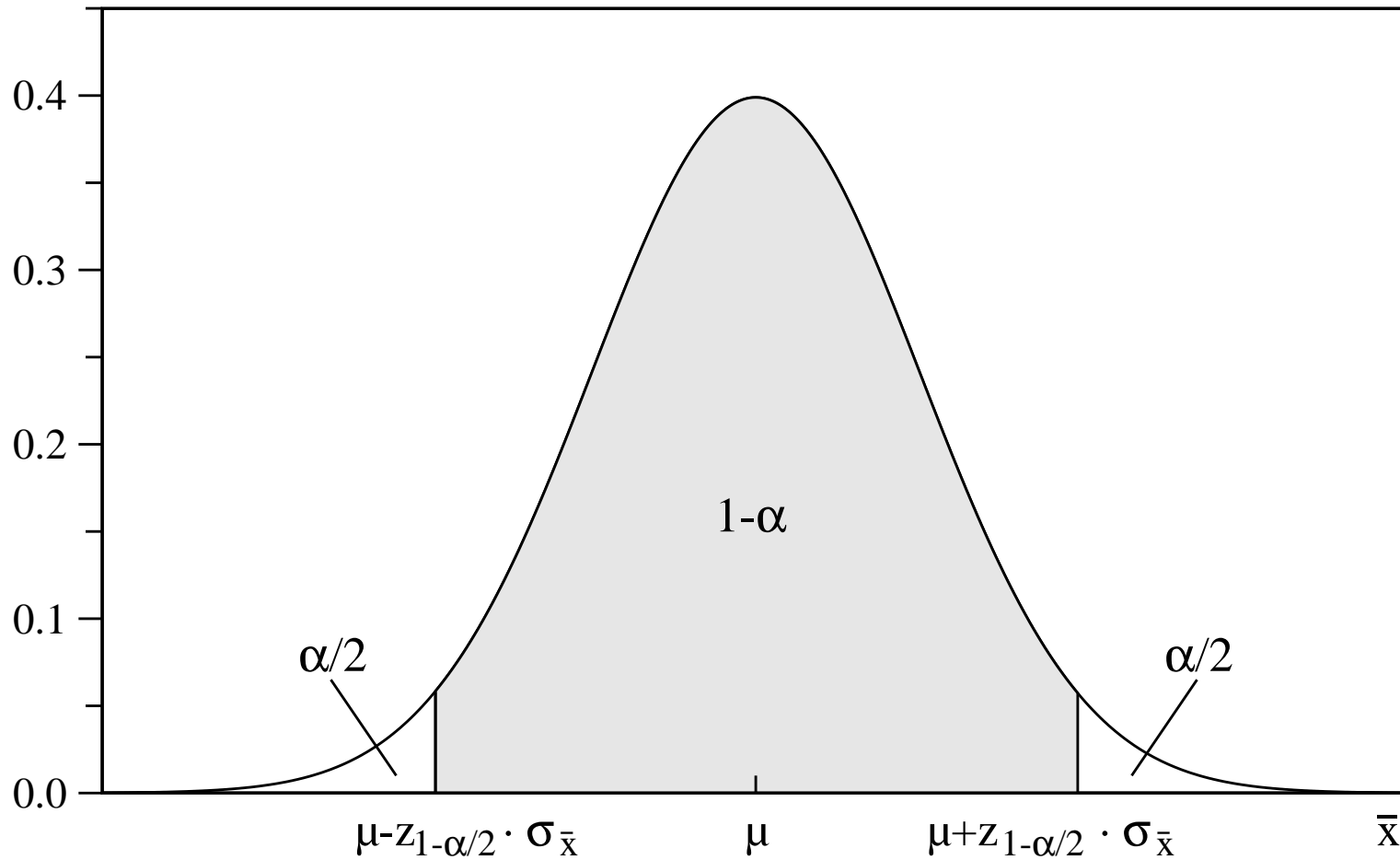


Abbildung 11.3: Wahrscheinlichkeitsintervall einer *Stichprobenmittelwertverteilung*



$$\mu - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \mu + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}} \quad (11.1)$$

$$37,27 - z_{1-\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}} \leq \bar{x} \leq 37,27 + z_{1-\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}}$$

$$37,27 - z_{0,975} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}} \leq \bar{x} \leq 37,27 + z_{0,975} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}}$$

$$37,27 - 1,96 \cdot 0,71 \leq \bar{x} \leq 37,27 + 1,96 \cdot 0,71$$

$$35,88 \leq \bar{x} \leq 38,66$$

$$\underbrace{\bar{x} - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sigma_{\bar{x}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sigma_{\bar{x}}}_{\text{obere Grenze}} \quad (11.2)$$

$$\underbrace{\bar{x} - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{obere Grenze}} \quad (11.3)$$

$$38,11 - z_{(1-\frac{0,05}{2})} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}} \leq \mu \leq 38,11 + z_{(1-\frac{0,05}{2})} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}}$$

$$38,11 - 1,96 \cdot 0,71 \leq \mu \leq 38,11 + 1,96 \cdot 0,71$$

$$36,72 \leq \mu \leq 39,50$$

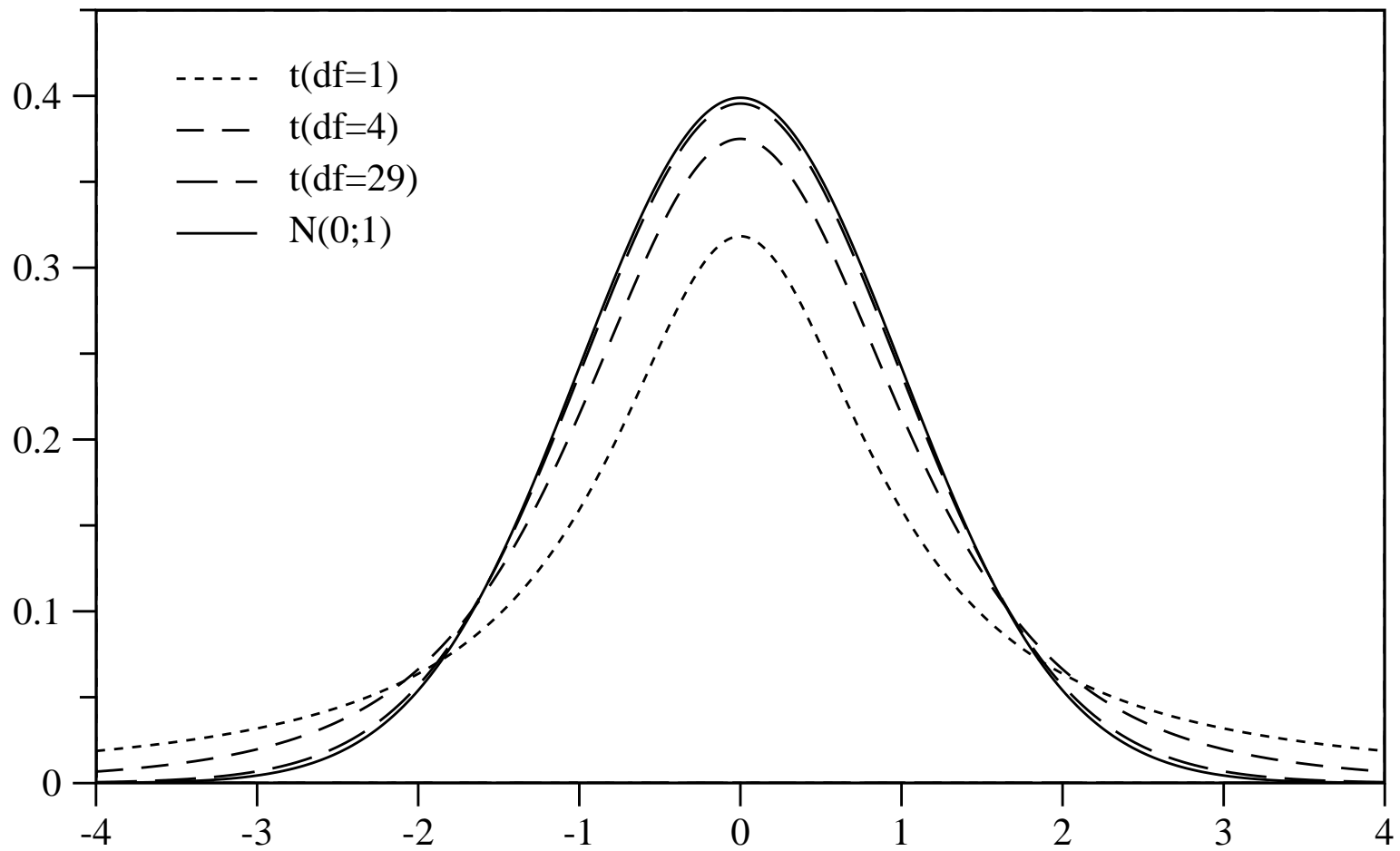
$$38,11 - z_{(1-\frac{0,01}{2})} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}} \leq \mu \leq 38,11 + z_{(1-\frac{0,01}{2})} \cdot \frac{22,46}{\sqrt{1000}}$$

$$38,11 - 2,58 \cdot 0,71 \leq \mu \leq 38,11 + 2,58 \cdot 0,71$$

$$36,28 \leq \mu \leq 39,94$$

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\mathbf{n-1}} \quad (11.4)$$

Abbildung 11.5: t -Verteilungen in Abhängigkeit vom Freiheitsgrad



$$\underbrace{\bar{x} - t_{(1-\frac{\alpha}{2}; n-1)} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + t_{(1-\frac{\alpha}{2}; n-1)} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}_{\text{obere Grenze}} \quad (11.5)$$

$$38,57 - t_{(1-\frac{0,05}{2}; 81-1)} \cdot \frac{20,7}{\sqrt{81}} \leq \mu \leq 38,57 + t_{(1-\frac{0,05}{2}; 81-1)} \cdot \frac{20,7}{\sqrt{81}}$$

$$38,57 - t_{(0,975; 80)} \cdot \frac{20,7}{\sqrt{81}} \leq \mu \leq 38,57 + t_{(0,975; 80)} \cdot \frac{20,7}{\sqrt{81}}$$

$$38,57 - 1,990 \cdot 2,3 \leq \mu \leq 38,57 + 1,990 \cdot 2,3$$

$$33,99 \leq \mu \leq 43,15$$

$$\underbrace{\bar{x} - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}_{\text{obere Grenze}} \quad (11.6)$$

$$1431,24 - z_{(1-\frac{0,01}{2})} \cdot \frac{755,72}{\sqrt{745}} \leq \mu \leq 1431,24 + z_{(1-\frac{0,01}{2})} \cdot \frac{755,72}{\sqrt{745}}$$

$$1431,24 - 2,58 \cdot 27,69 \leq \mu \leq 1431,24 + 2,58 \cdot 27,69$$

$$1359,95 \leq \mu \leq 1502,54$$

$$z = \frac{p - \theta}{\sigma_p} \tag{11.7}$$

$$\underbrace{p - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sigma_p}_{\text{untere Grenze}} \leq \theta \leq \underbrace{p + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sigma_p}_{\text{obere Grenze}} \tag{11.8}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\theta \cdot (1 - \theta)}{n}} \quad (11.9)$$

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{p \cdot (1 - p)}{n}} \quad (11.10)$$

$$\underbrace{p - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}}_{\text{untere Grenze}} \leq \theta \leq \underbrace{p + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}}_{\text{obere Grenze}} \quad (11.11)$$

$$0,07 - z_{(1-\frac{0,05}{2})} \cdot \sqrt{\frac{0,07 \cdot 0,93}{1250}} \leq \theta \leq 0,07 + z_{(1-\frac{0,05}{2})} \cdot \sqrt{\frac{0,07 \cdot 0,93}{1250}}$$

$$0,07 - 1,96 \cdot 0,0072 \leq \theta \leq 0,07 + 1,96 \cdot 0,0072$$

$$0,0559 \leq \theta \leq 0,0841$$

$$\begin{aligned} KIB &= 2 \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}} \\ &= 2 \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \tag{11.12}$$

$$n = \frac{4 \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \sigma^2}{KIB^2} \tag{11.13}$$

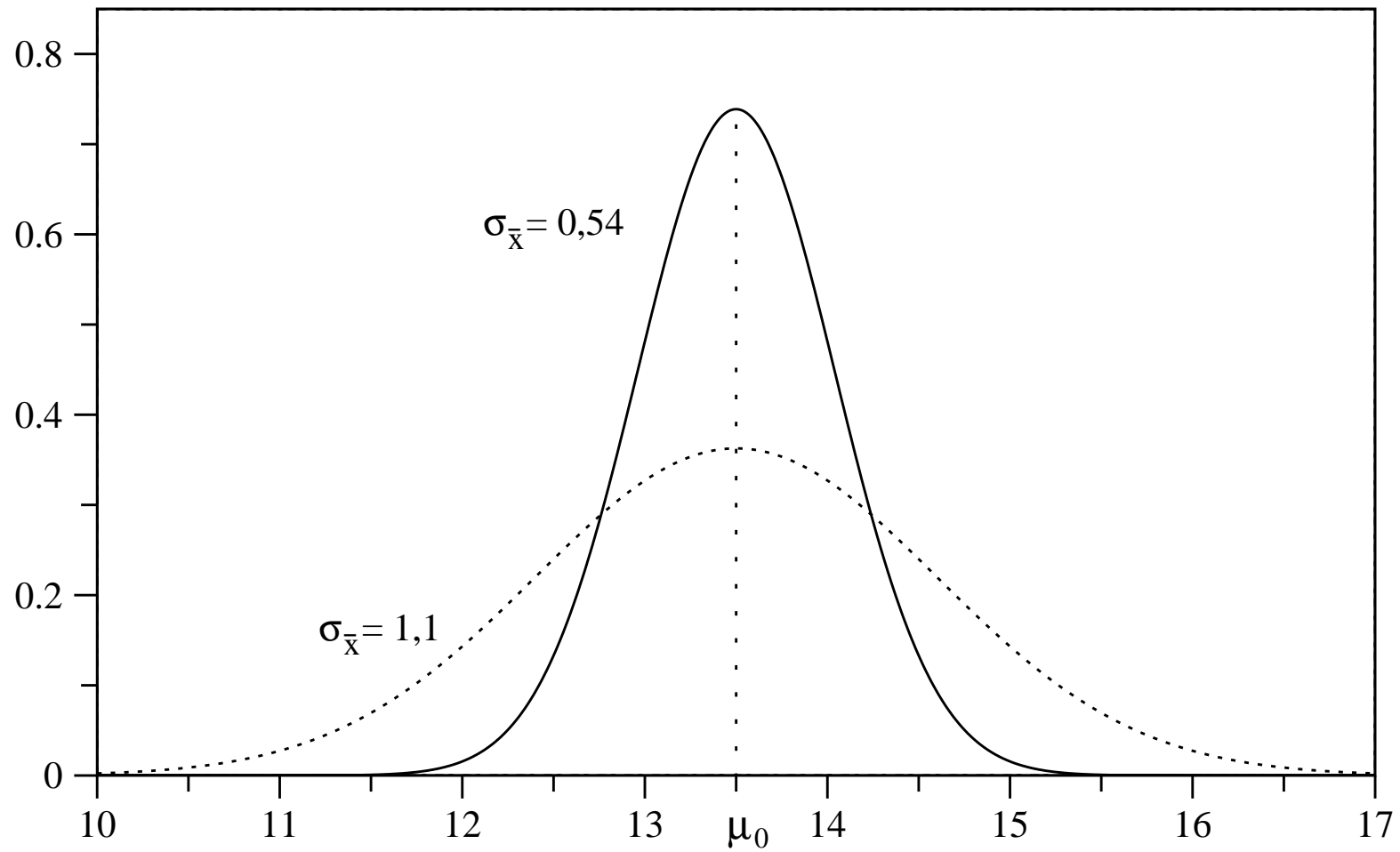
$$n = \frac{4 \cdot 2,58^2 \cdot 755,72^2}{100^2} = 1520,62$$

$$n = \frac{4 \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \theta(1-\theta)}{KIB^2} \tag{11.14}$$

Tabelle 12.1: Fehler bei der Hypothesenprüfung

		In der <i>Grundgesamtheit</i> gilt	
		H_0	H_A
Entscheidung aufgrund der Stichprobe	H_0	richtig	β -Fehler
	H_A	α -Fehler	richtig

Abbildung 12.1: Stichprobenmittelwerteverteilungen mit $\mu_0 = 13,5$ und unterschiedlichen Standardfehlern $\sigma_{\bar{x}}$



Kritische Werte bei der Standardnormalverteilung

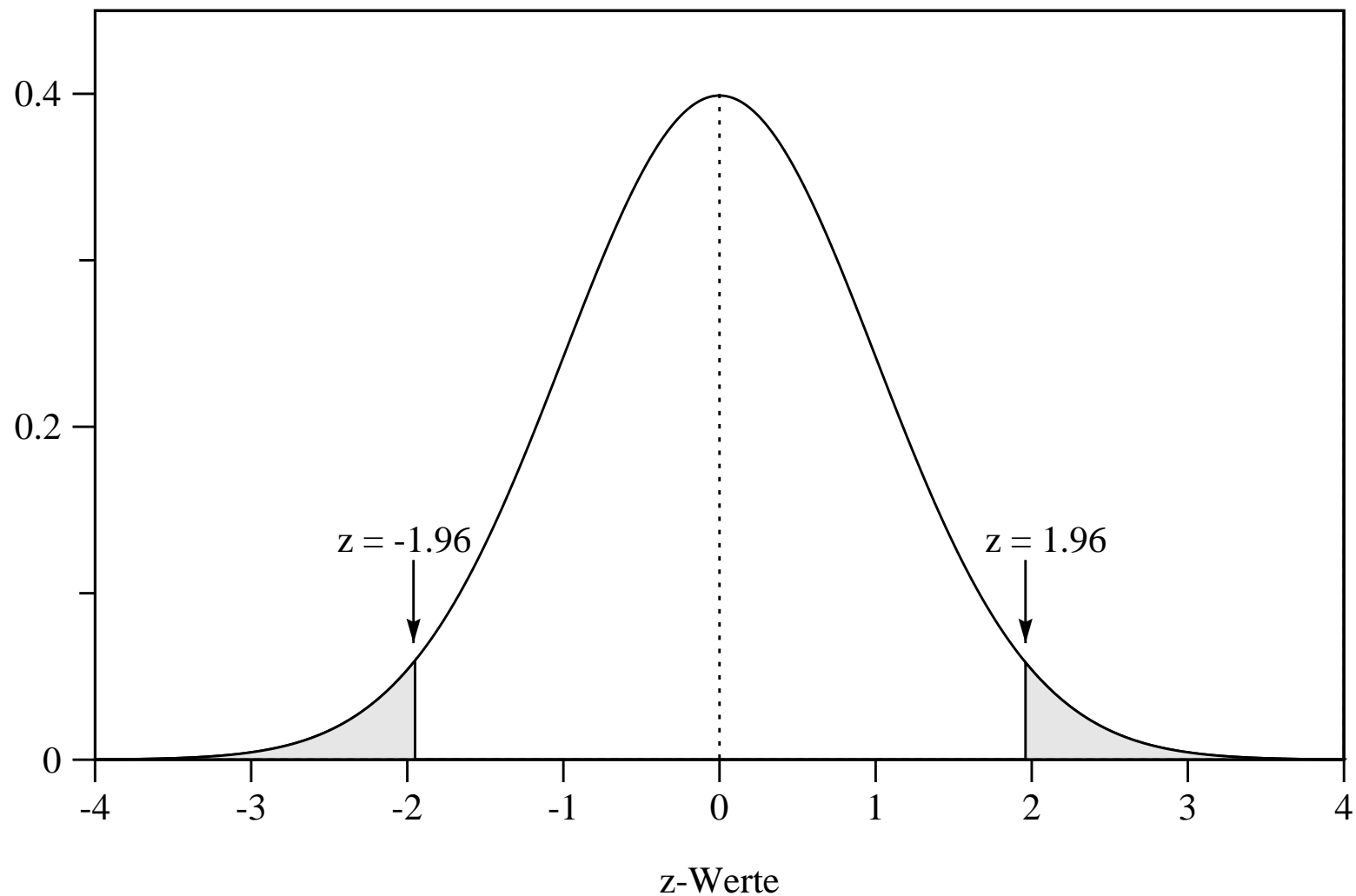
- einseitige Fragestellung

- ◇ 5% Irrtumswahrscheinlichkeit links −1,65
Ablehnungsbereich also: −∞ bis −1,65
- ◇ 1% Irrtumswahrscheinlichkeit links −2,33
Ablehnungsbereich also: −∞ bis −2,33
- ◇ 5% Irrtumswahrscheinlichkeit rechts 1,65
Ablehnungsbereich also: 1,65 bis ∞
- ◇ 1% Irrtumswahrscheinlichkeit rechts 2,33
Ablehnungsbereich also: 2,33 bis ∞

- zweiseitige Fragestellung

- ◇ 5% Irrtumswahrscheinlichkeit −1,96 und 1,96
Ablehnungsbereich also: −∞ bis −1,96 und 1,96 bis ∞
- ◇ 1% Irrtumswahrscheinlichkeit −2,58 und 2,58
Ablehnungsbereich also: −∞ bis −2,58 und 2,58 bis ∞

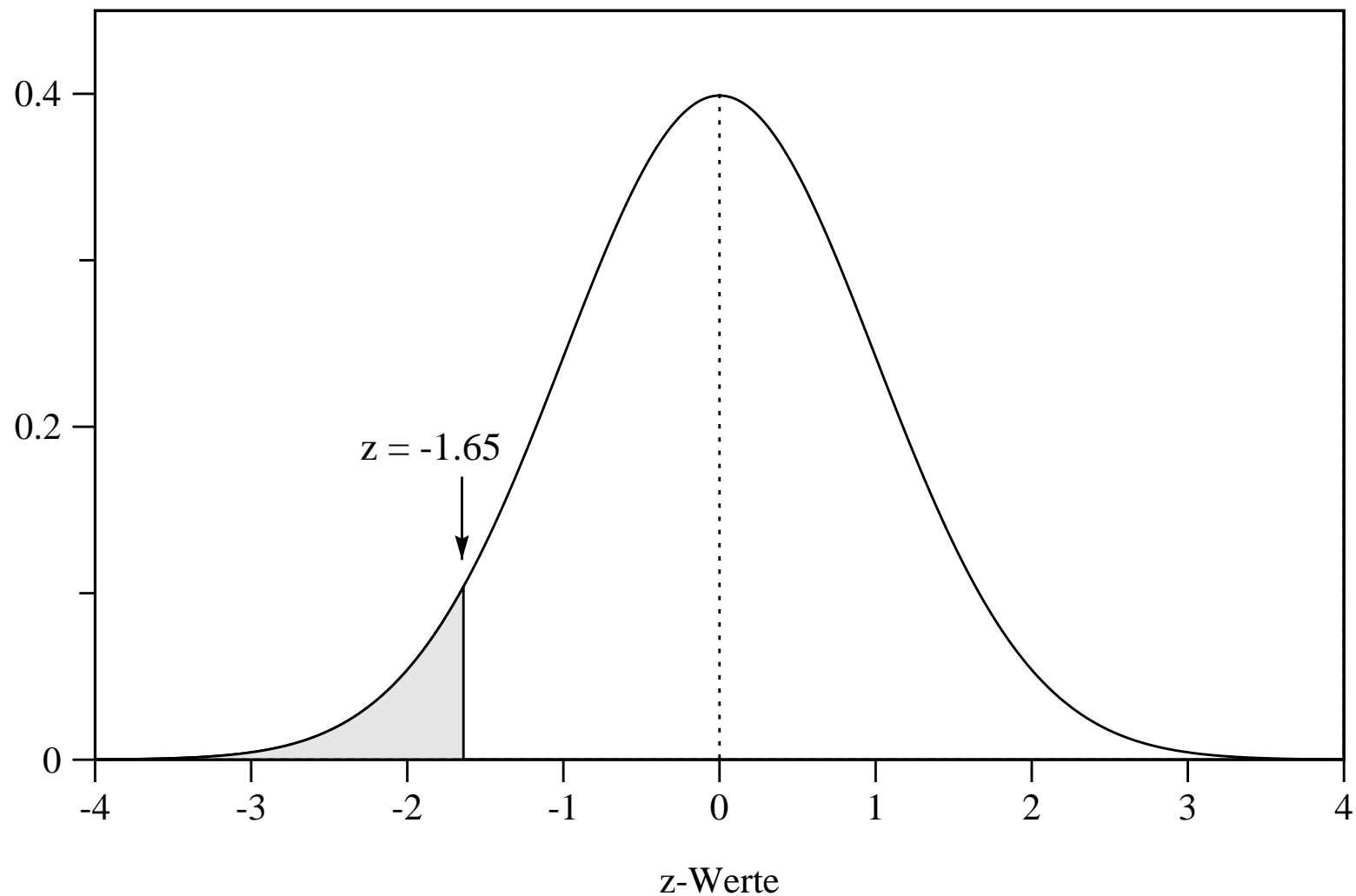
Abbildung 12.2: Zweiseitiger Ablehnungsbereich (grau schraffierte Fläche) bei einem Signifikanzniveau von 5% in der Standardnormalverteilung



$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (12.1)$$

$$z = \frac{12 - 13,5}{\frac{3,2}{\sqrt{35}}} = -2,77$$

Abbildung 12.3: Einseitiger Ablehnungsbereich (grau schraffierte Fläche) bei einem Signifikanzniveau von 5% in der Standardnormalverteilung



$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}} \quad (12.2)$$

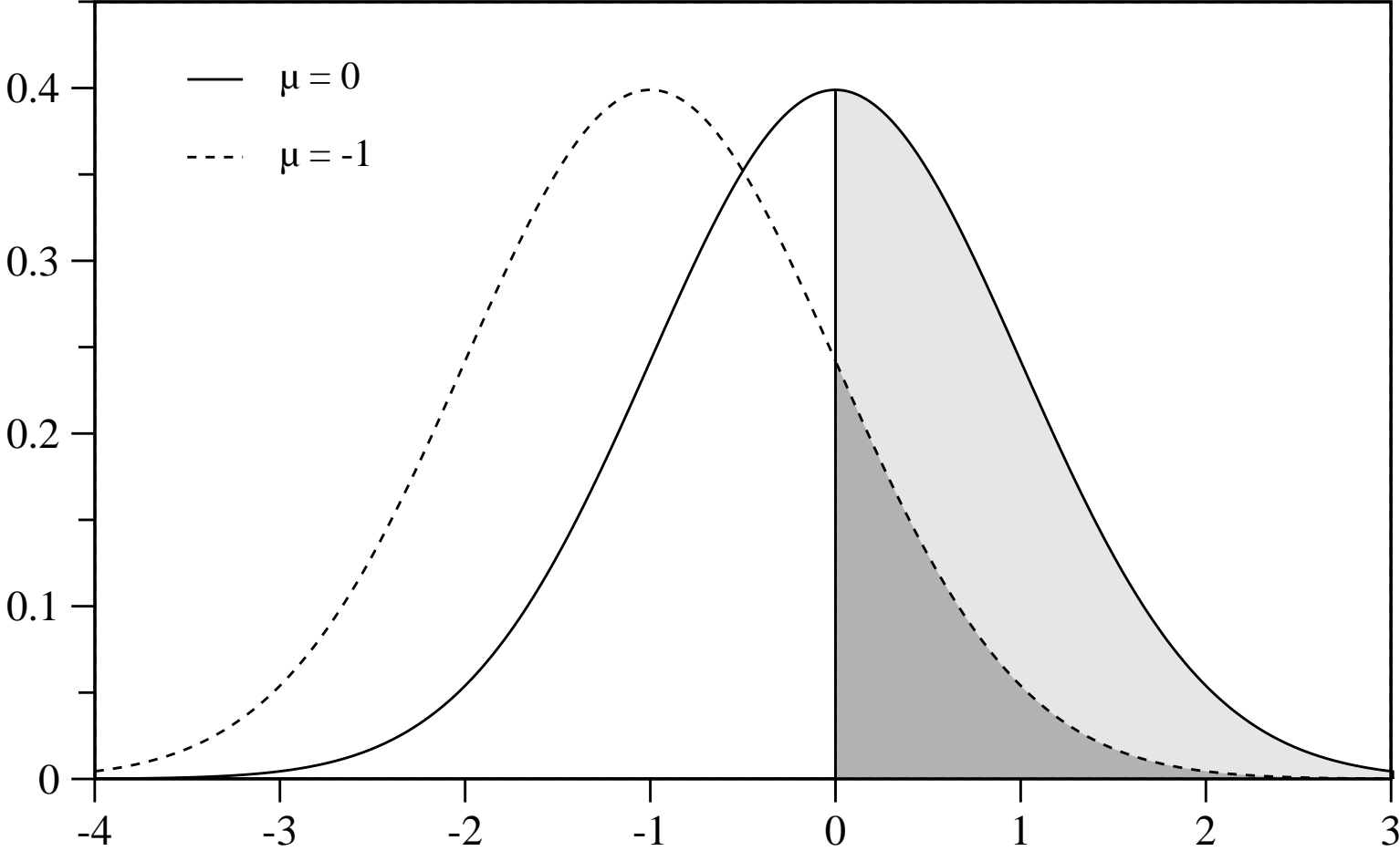
$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}} \quad (12.7)$$

$$z = \frac{1431,24 - 1838,39}{\sqrt{\frac{755,72^2}{745} + \frac{1477,68^2}{1474}}} = -8,59$$

$$\underbrace{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}_{\text{untere Grenze}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq \underbrace{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}_{\text{obere Grenze}} \quad (12.8)$$

$$\begin{aligned} -407,15 - 1,96 \cdot 47,41 &\leq \mu_1 - \mu_2 \leq -407,15 + 1,96 \cdot 47,41 \\ -500,07 &\leq \mu_1 - \mu_2 \leq -314,23 \end{aligned}$$

Abbildung 12.4: Irrtumswahrscheinlichkeit für den Wert 0 bei verschiedenen Nullhypothesen $\mu \leq 0$



$$t = \frac{\bar{x}_d - \mu_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}} \quad (12.11)$$

Da im Beispiel $\mu_d = 0$:

$$t = \frac{\bar{x}_d - 0}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}} = \frac{\bar{x}_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}} = \frac{\bar{x}_d}{\frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{n}}} \quad (12.12)$$

$$t = \frac{\bar{x}_d}{\frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{n}}} = \frac{13}{\frac{6}{\sqrt{32}}} = 12,26$$

Abbildung 12.5: χ^2 -Verteilung für verschiedene Freiheitsgrade

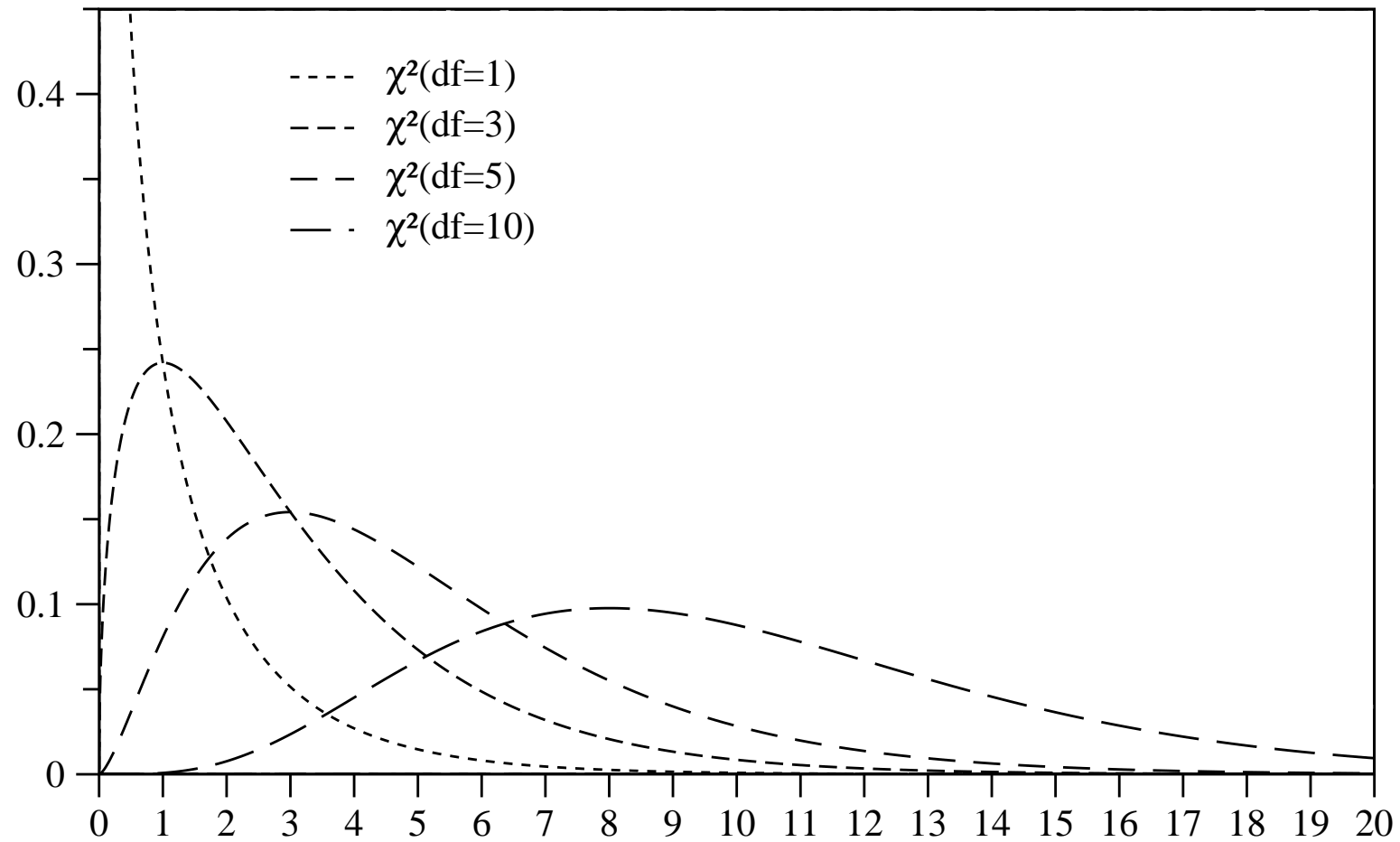


Abbildung 12.6: Ablehnungsbereich in einer χ^2 -Verteilung mit $df = 1$ bei einem Signifikanzniveau von 5%

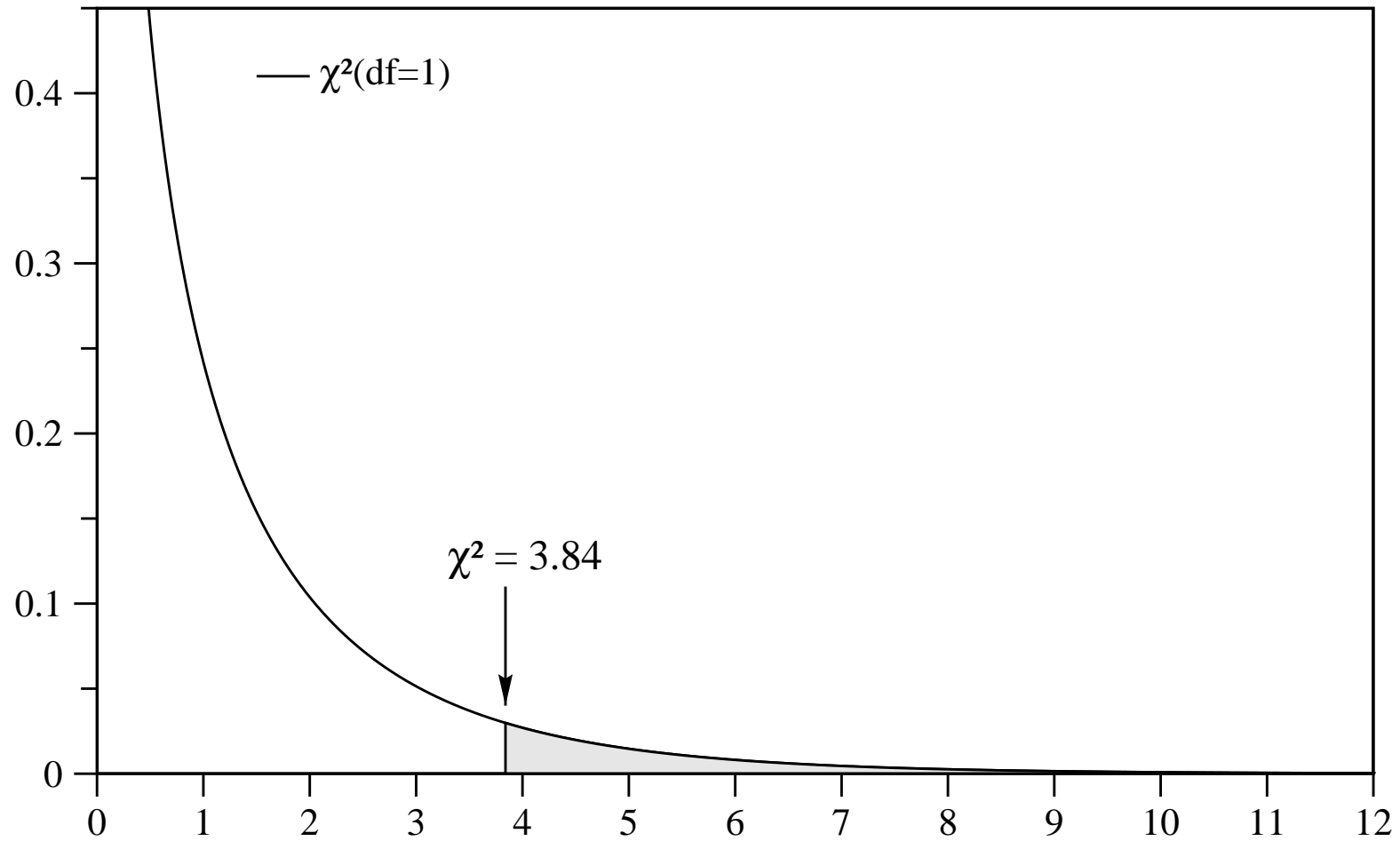


Tabelle 12.2: Kontingenztabelle – Einstellung zum Schwangerschaftsabbruch und Geschlecht

	Männer	Frauen	Summe
sollte legal sein	377	397	774
sollte nicht legal sein	681	670	1351
Summe	1058	1067	2125

Quelle: ALLBUS 1996, westdeutsche Befragte

Tabelle 12.3: Indifferenztabelle – Einstellung zum Schwangerschaftsabbruch und Geschlecht

	Männer	Frauen	Summe
sollte legal sein	385,4	388,6	774
sollte nicht legal sein	672,6	678,4	1351
Summe	1058	1067	2125

Quelle: ALLBUS 1996, westdeutsche Befragte

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \frac{(f_{b(ij)} - f_{e(ij)})^2}{f_{e(ij)}} \quad (12.17)$$

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(377 - 385,4)^2}{385,4} + \frac{(397 - 388,6)^2}{388,6} + \frac{(681 - 672,6)^2}{672,6} + \frac{(670 - 678,4)^2}{678,4} \\ &= 0,568 \end{aligned}$$

z-Verteilung

z-Wert	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
-2,9.	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8.	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7.	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6.	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5.	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4.	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3.	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2.	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1.	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0.	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9.	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8.	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7.	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6.	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5.	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4.	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3.	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2.	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1.	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0.	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9.	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8.	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7.	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6.	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5.	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4.	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3.	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2.	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1.	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0.	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

(Fortsetzung z-Verteilung)

z-Wert	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
0,0.	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1.	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2.	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3.	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4.	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5.	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6.	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7.	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8.	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9.	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0.	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1.	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2.	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3.	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4.	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5.	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6.	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7.	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8.	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9.	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0.	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1.	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2.	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3.	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4.	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5.	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6.	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7.	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8.	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9.	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

t-Verteilung

df	Fläche									
	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
30	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
50	0,388	0,528	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,387	0,527	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,387	0,527	0,678	0,847	1,044	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,387	0,526	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
90	0,387	0,526	0,677	0,846	1,042	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632
100	0,386	0,526	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
150	0,386	0,526	0,676	0,844	1,040	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609
200	0,386	0,525	0,676	0,843	1,039	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601
500	0,386	0,525	0,675	0,842	1,038	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586
1000	0,385	0,525	0,675	0,842	1,037	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
z-Wert	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

χ^2 -Verteilung

df	Fläche								
	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	1,07	1,32	1,64	2,07	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	2,41	2,77	3,22	3,79	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	3,66	4,11	4,64	5,32	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	4,88	5,39	5,99	6,74	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	6,06	6,63	7,29	8,12	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	7,23	7,84	8,56	9,45	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	8,38	9,04	9,80	10,75	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	9,52	10,22	11,03	12,03	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	10,66	11,39	12,24	13,29	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	11,78	12,55	13,44	14,53	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	12,90	13,70	14,63	15,77	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	14,01	14,85	15,81	16,99	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	15,12	15,98	16,98	18,20	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	16,22	17,12	18,15	19,41	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	17,32	18,25	19,31	20,60	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	18,42	19,37	20,47	21,79	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	19,51	20,49	21,61	22,98	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	20,60	21,60	22,76	24,16	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	21,69	22,72	23,90	25,33	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	22,77	23,83	25,04	26,50	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	23,86	24,93	26,17	27,66	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	24,94	26,04	27,30	28,82	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	26,02	27,14	28,43	29,98	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	27,10	28,24	29,55	31,13	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	28,17	29,34	30,68	32,28	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
30	33,53	34,80	36,25	37,99	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
40	44,16	45,62	47,27	49,24	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	54,72	56,33	58,16	60,35	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	65,23	66,98	68,97	71,34	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	75,69	77,58	79,71	82,26	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	86,12	88,13	90,41	93,11	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	96,52	98,65	101,05	103,90	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	106,91	109,14	111,67	114,66	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17
150	158,58	161,29	164,35	167,96	172,58	179,58	185,80	193,21	198,36
200	209,99	213,10	216,61	220,74	226,02	233,99	241,06	249,45	255,26
500	516,09	520,95	526,40	532,80	540,93	553,13	563,85	576,49	585,21
z-Wert	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576